

塩分成層流体における乱流の 大規模直接数値シミュレーション

京都大学大学院 工学研究科
沖野 真也・花崎 秀史

はじめに

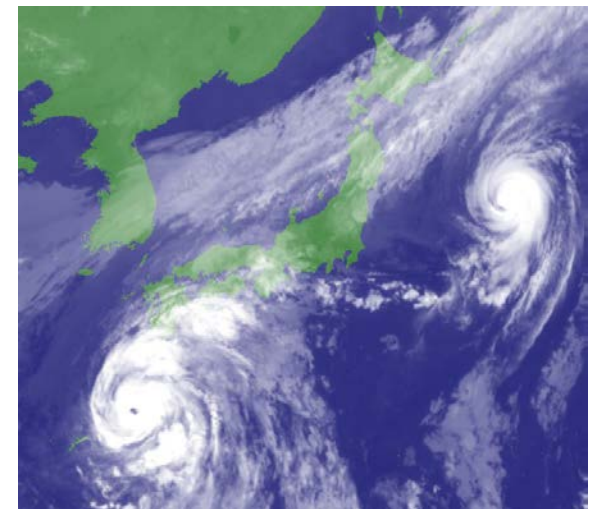
- 乱流: **非定常**な**三次元**構造をもつ**乱雑**な流れ
- 我々の身の回りに起こる流れのほとんどが乱流:
 コーヒーカップの中の渦, 蝶の羽ばたき, 自動車・飛行機の周りの流れ,
 河川の流れ, 大気の流れ, 台風, 海流, 太陽, 降着円盤, ...
- 乱流の予測と制御は工学的にも重要:
 省エネルギー(抵抗低減, 高効率な混合), 騒音低減



www.ucc.jp



www.airteamimages.com



www.jma.go.jp

はじめに

抜粋版

- Reynolds数: 流れの乱雑さの指標

$$Re = \frac{UL}{\nu}$$

U : 代表的な速度	[m/s]
--------------	-------

L : 代表的な長さ	[m]
--------------	-----

ν : 動粘性係数	[m ² /s]
---------------	---------------------

$Re = 10^4$



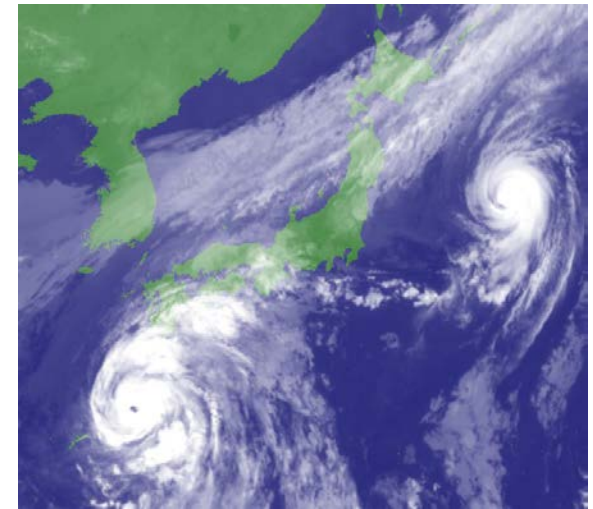
www.ucc.jp

$Re = 10^8$



www.airteamimages.com

$Re = 10^{12}$



www.jma.go.jp

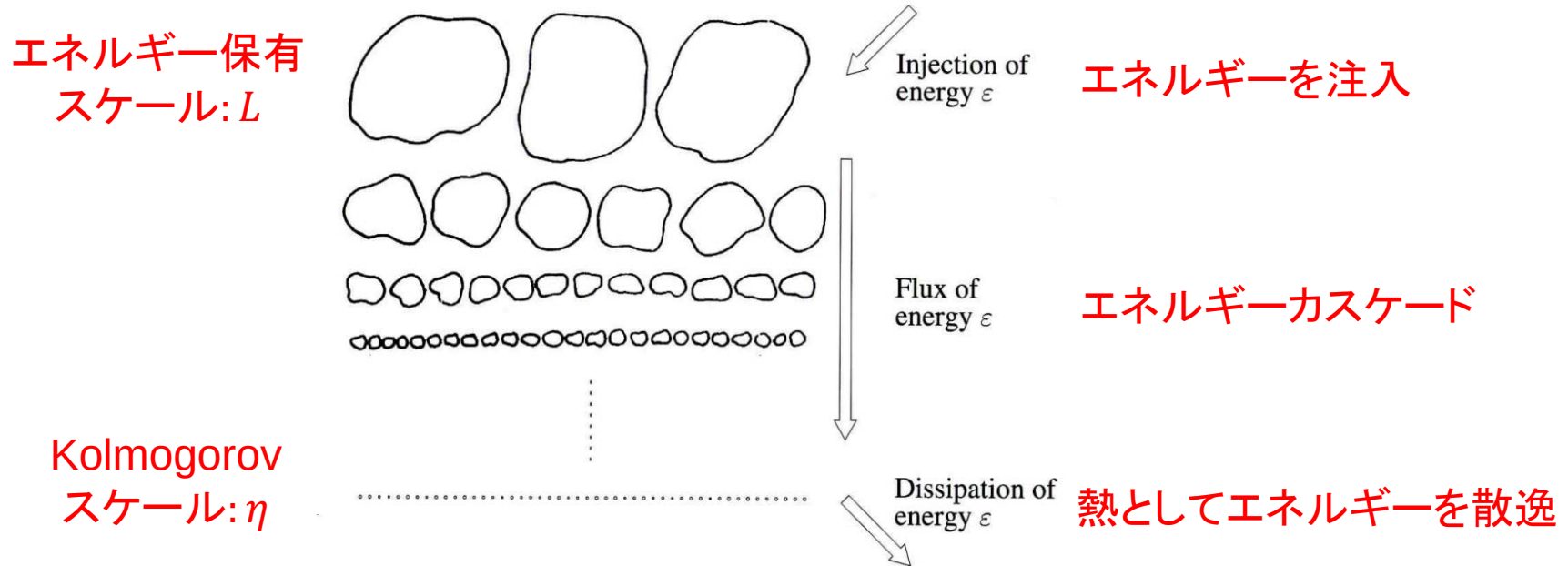
Kolmogorov(1941)による乱流の描像

- エネルギーカスケード:

大スケールに注入されたエネルギーが小スケールに伝達

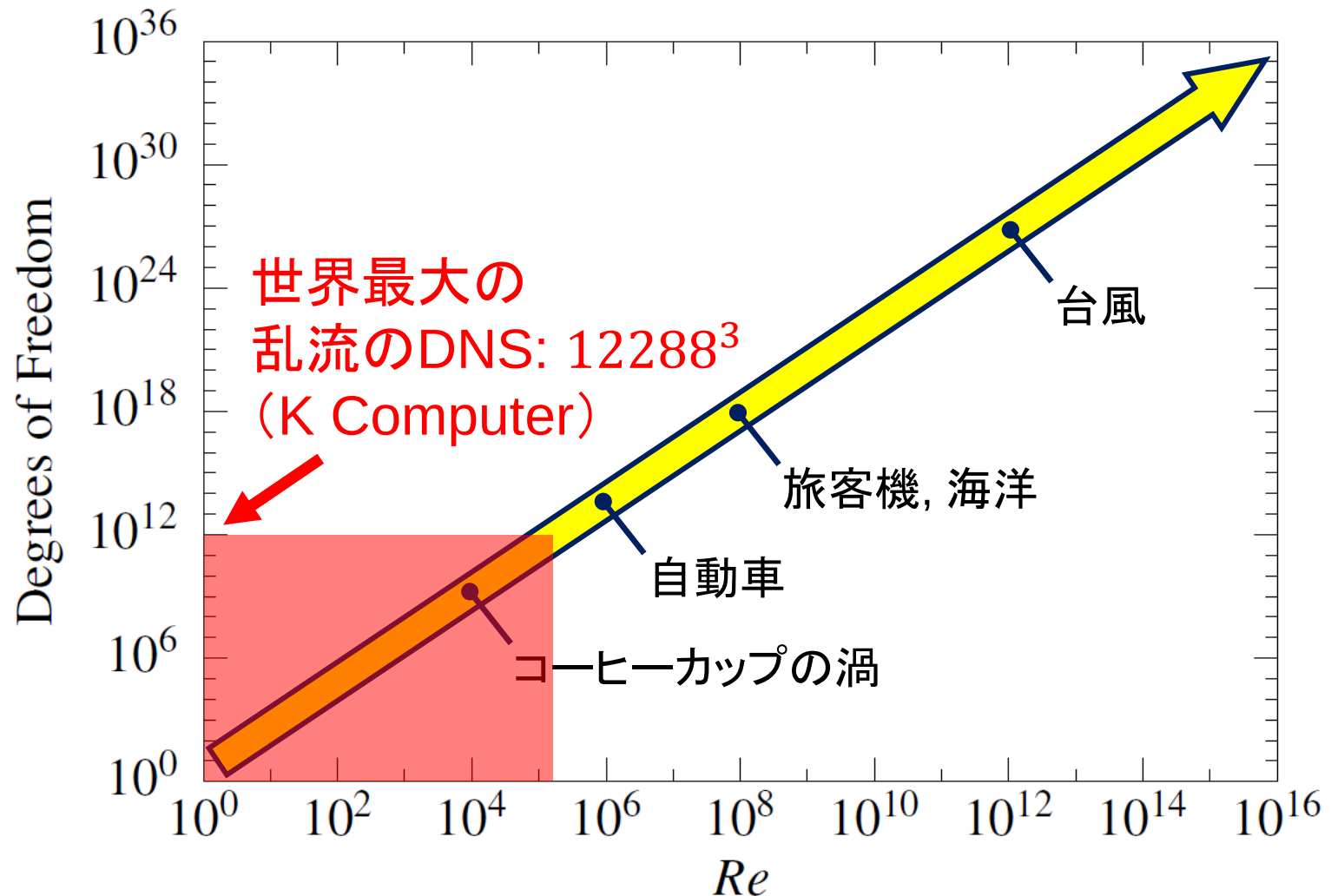
- Kolmogorovスケール: 速度場の最小スケール

- Reynolds数: $Re = \frac{UL}{\nu} = \left(\frac{L}{\eta}\right)^{4/3}$



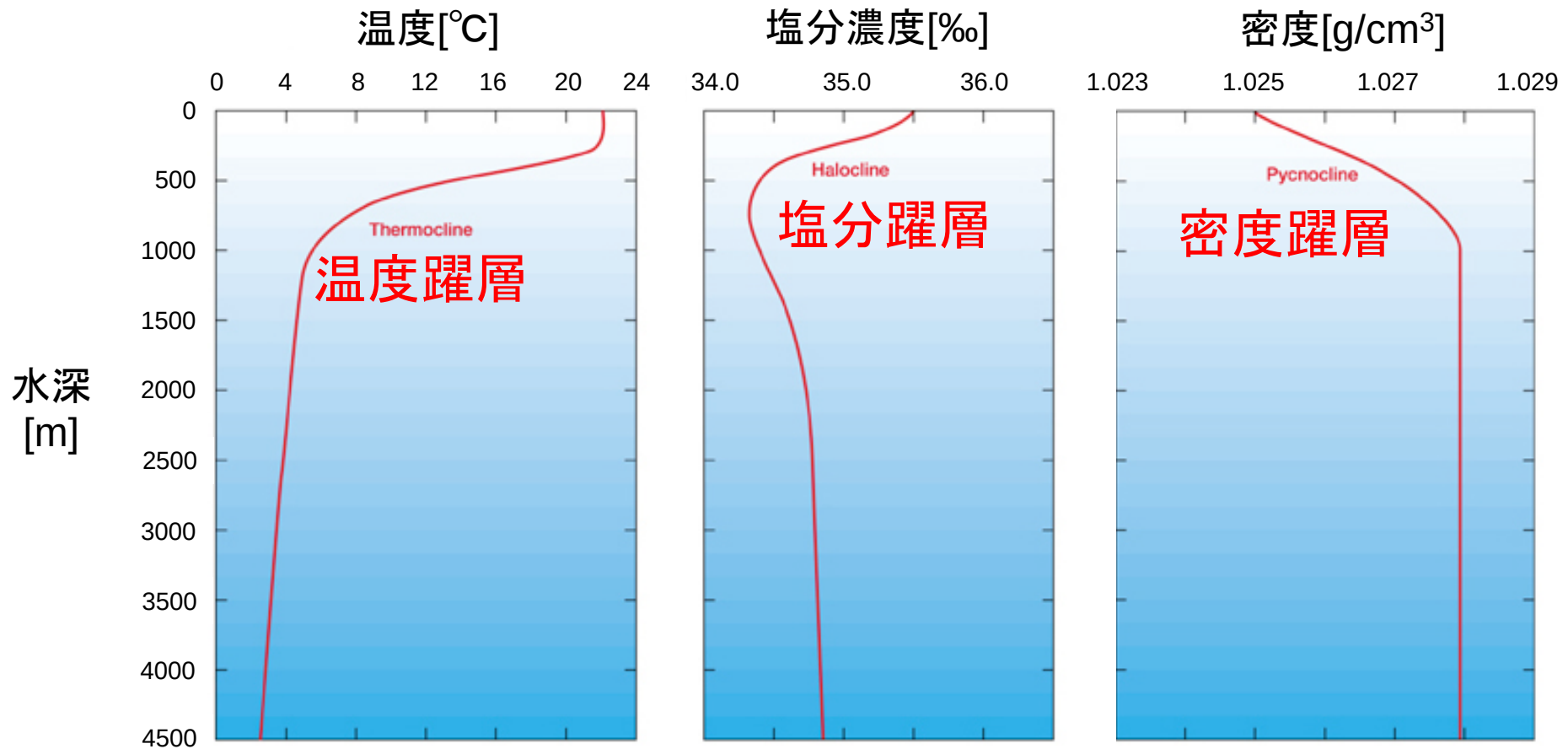
流れのReynolds数と直接数値計算の自由度

$$(\text{乱流の直接数値計算の自由度}) = (L/\eta)^3 = Re^{9/4}$$



密度成層流体とは

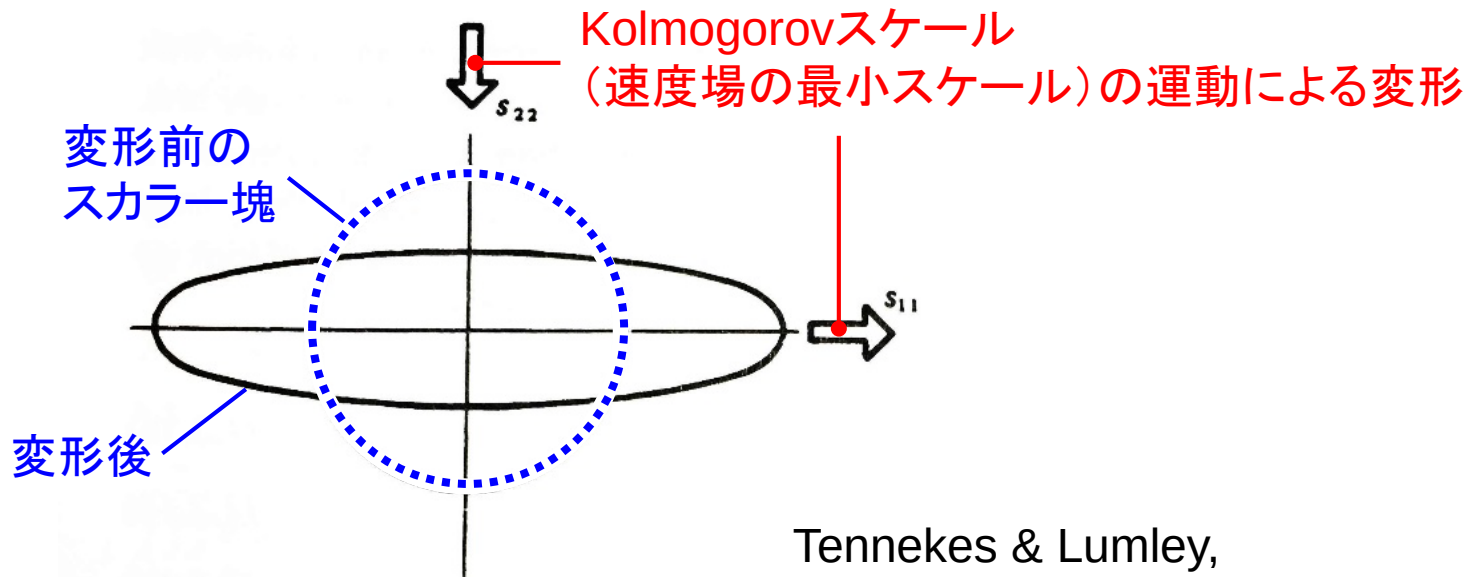
- 鉛直方向に密度分布をもつ流体
- 大気や海洋は“上層が軽く、下層が重い”安定成層



南大西洋の中緯度における温度・塩分・密度の鉛直分布

スカラー(温度・塩分)のSchmidt数

- Schmidt数: 拡散係数に対する動粘性係数の比 $Sc = \nu/\kappa$
 - 水中での熱の拡散: $Sc = 7 (> 1)$
 - 水中での塩分の拡散: $Sc = 700 (>> 1)$
- 高Schmidt数のスカラーは速度場よりも微細な構造をもつ



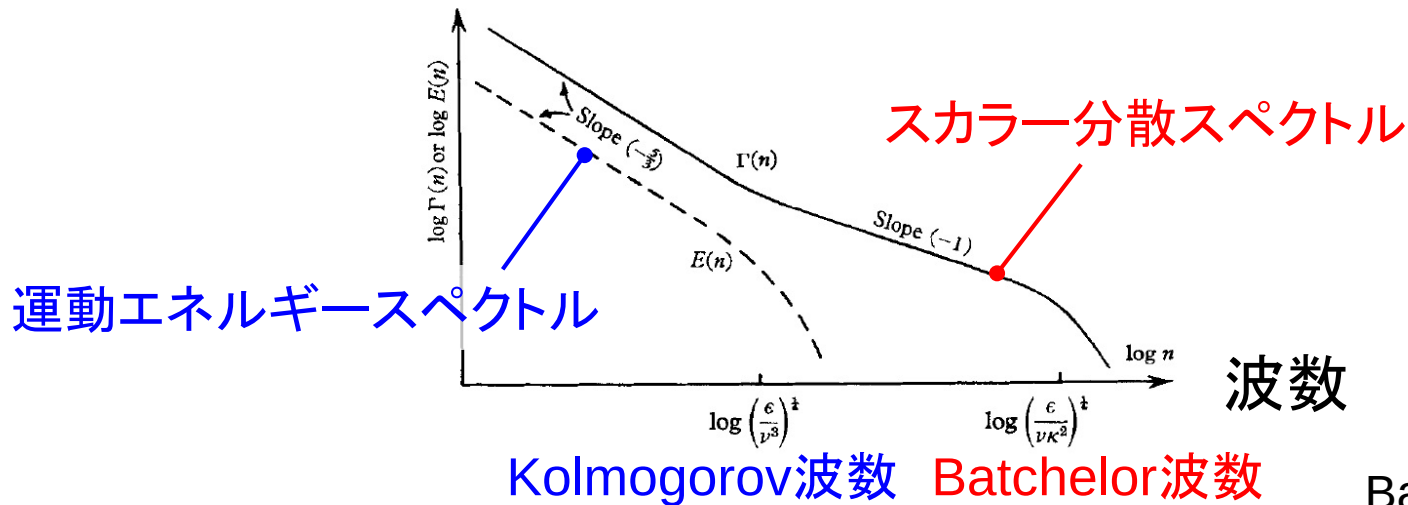
Tennekes & Lumley,
A First Course in Turbulence (1972)

高Schmidt数スカラーの計算の難しさ

- Batchelorスケール: スカラー(熱・塩分)の最小スケール

$$\eta_B = \frac{\eta}{\sqrt{Sc}}$$

- (直接数値計算の自由度) = $(L/\eta_B)^3 = Re^{9/4} Sc^{3/2}$
- $Sc = 1, Re = 1000$ の流れを解像可能な計算格子
→ $Sc = 700$ (塩分) の場合, $Re = 13$ の計算しかできない!



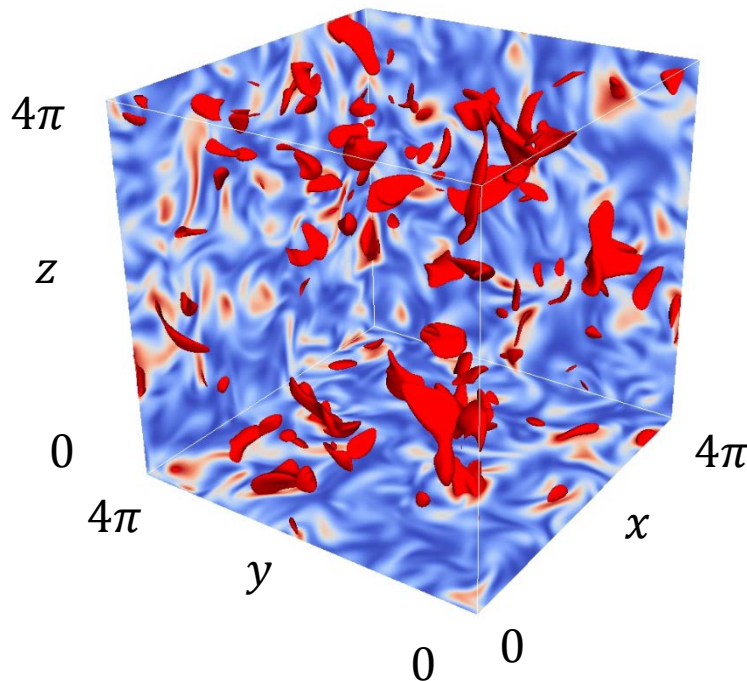
Batchelor (1959)

対象とする系と数値計算法

対象とする系(塩分成層乱流)

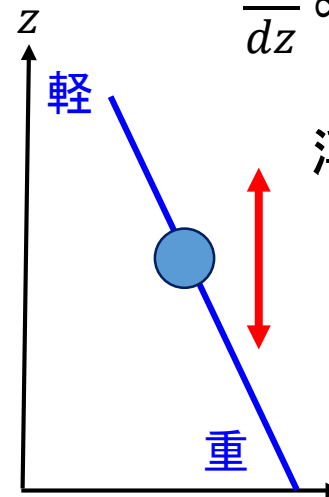
- 立方体領域内の減衰乱流
- 塩分 ($Sc = 700$) によって密度成層
- 最大で 4096^3 点を用いた直接数値シミュレーション

初期場
(運動エネルギーの等値面)



一様成層:

$$\frac{d\bar{\rho}}{dz} \propto \frac{d\bar{S}}{dz} = \text{const.} < 0$$



浮力振動数:

$$N = \sqrt{-\frac{g}{\rho_0} \frac{d\bar{\rho}}{dz}}$$

基礎方程式と無次元パラメータ

連続の式:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0$$

運動方程式:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re_0} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} - \frac{S}{Fr_0^2} \delta_{i3}$$

スカラー攪乱輸送方程式:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + u_j \frac{\partial S}{\partial x_j} = \frac{1}{Re_0 Sc} \frac{\partial^2 S}{\partial x_j^2} + u_3$$

浮力

系を支配する有次元量

初期乱れのrms速度 : u_{0*}

初期乱れの積分長 : L_{0*}

浮力振動数 : N_*

動粘性係数 : ν_*

スカラー拡散係数 : κ_*

無次元パラメータ:

初期Reynolds数: $Re_0 = \frac{u_{0*} L_{0*}}{\nu_*} = 50$

初期Froude数: $Fr_0 = \frac{u_{0*}}{N_* L_{0*}} = 1$

Schmidt数: $Sc = \frac{\nu_*}{\kappa_*} = 7(\text{熱}), 700(\text{塩分})$

数値計算法

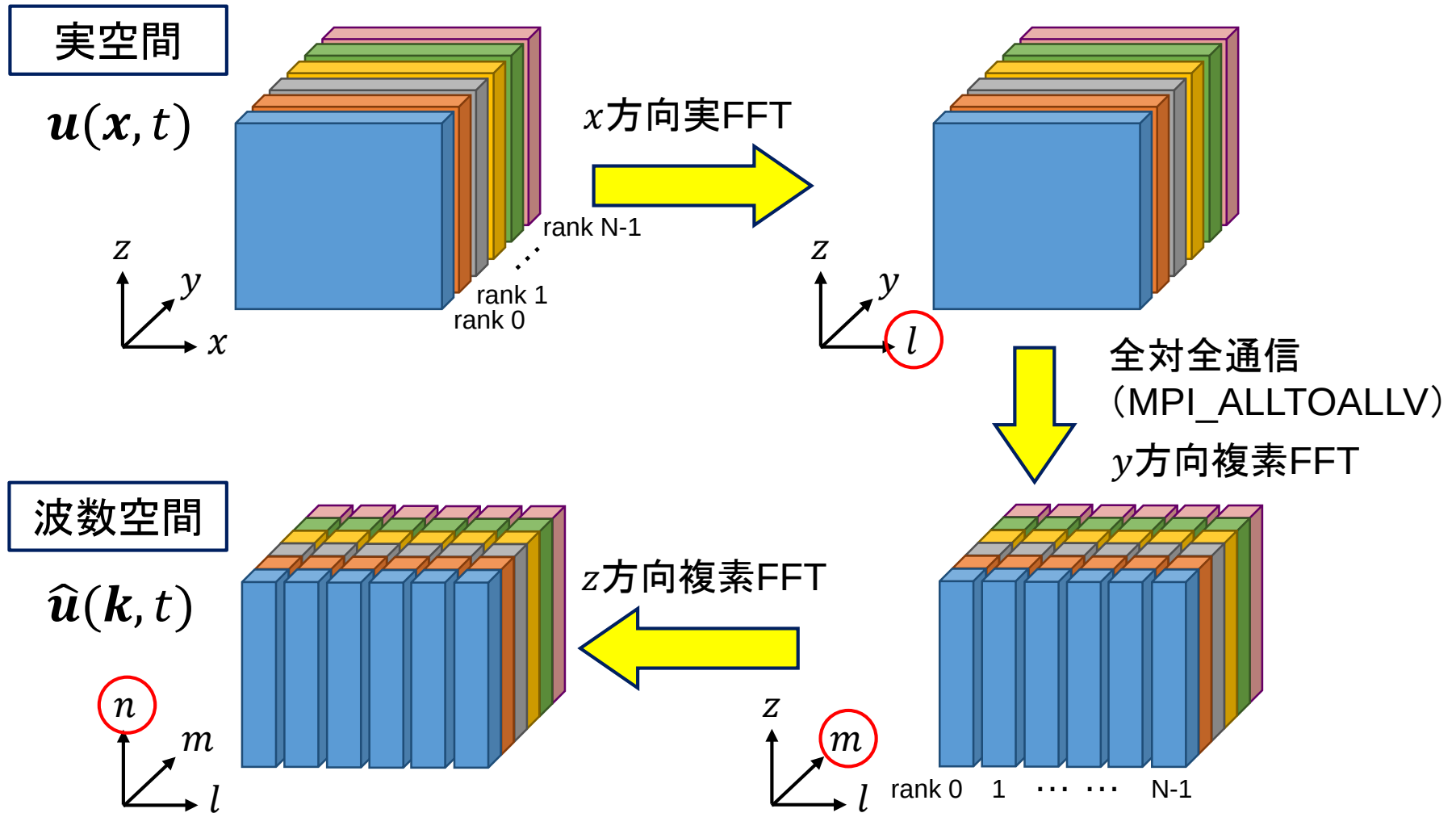
- スペクトル法

$$u(\boldsymbol{x}, t) = \sum_{\boldsymbol{k}} \hat{u}(\boldsymbol{k}, t) \exp(i\boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{x})$$

- 非線形項の評価: 変換法
- エイリアス誤差: 3/2則によって除去
- 格子点数: $4096^3 (0 \leq t \leq 6)$, $2048^3 (6 \leq t \leq 30)$
- 時間発展スキーム
 - 粘性項: 積分因子法
 - その他: 4次精度Runge-Kutta法
- 利用計算機資源: 東北大学・地球シミュレータ
SX-ACE (最大)1024ノード

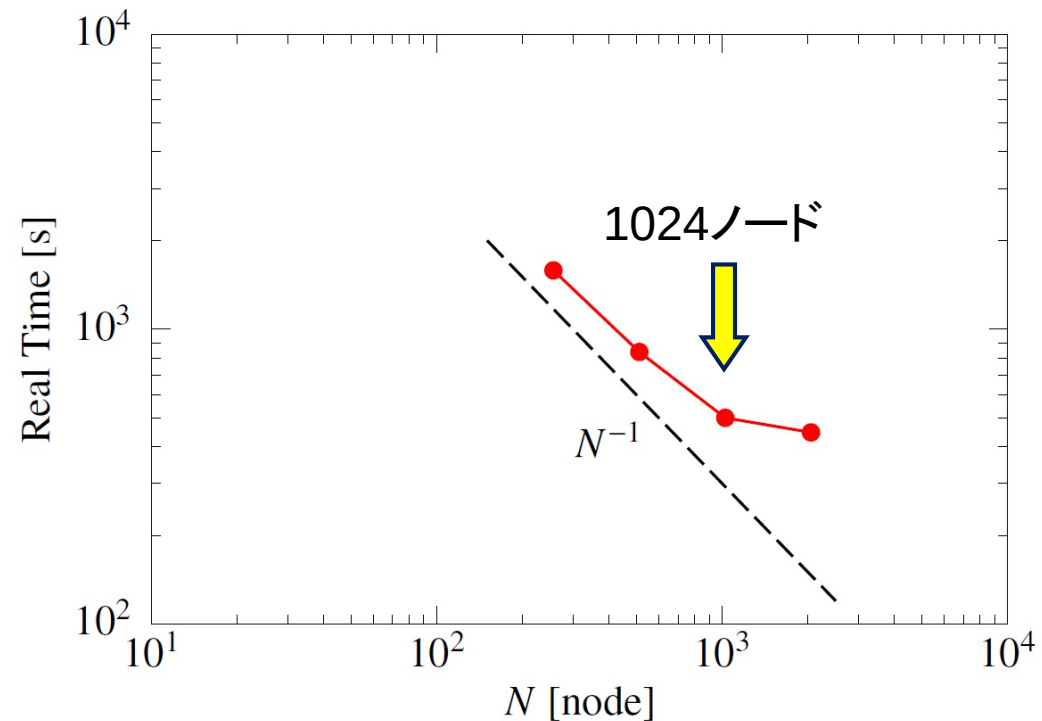
並列化について

- 三次元FFTをMPI並列化(全計算時間の90%以上を占める)
- FFT:ASL(SXに最適化されたライブラリ)を利用



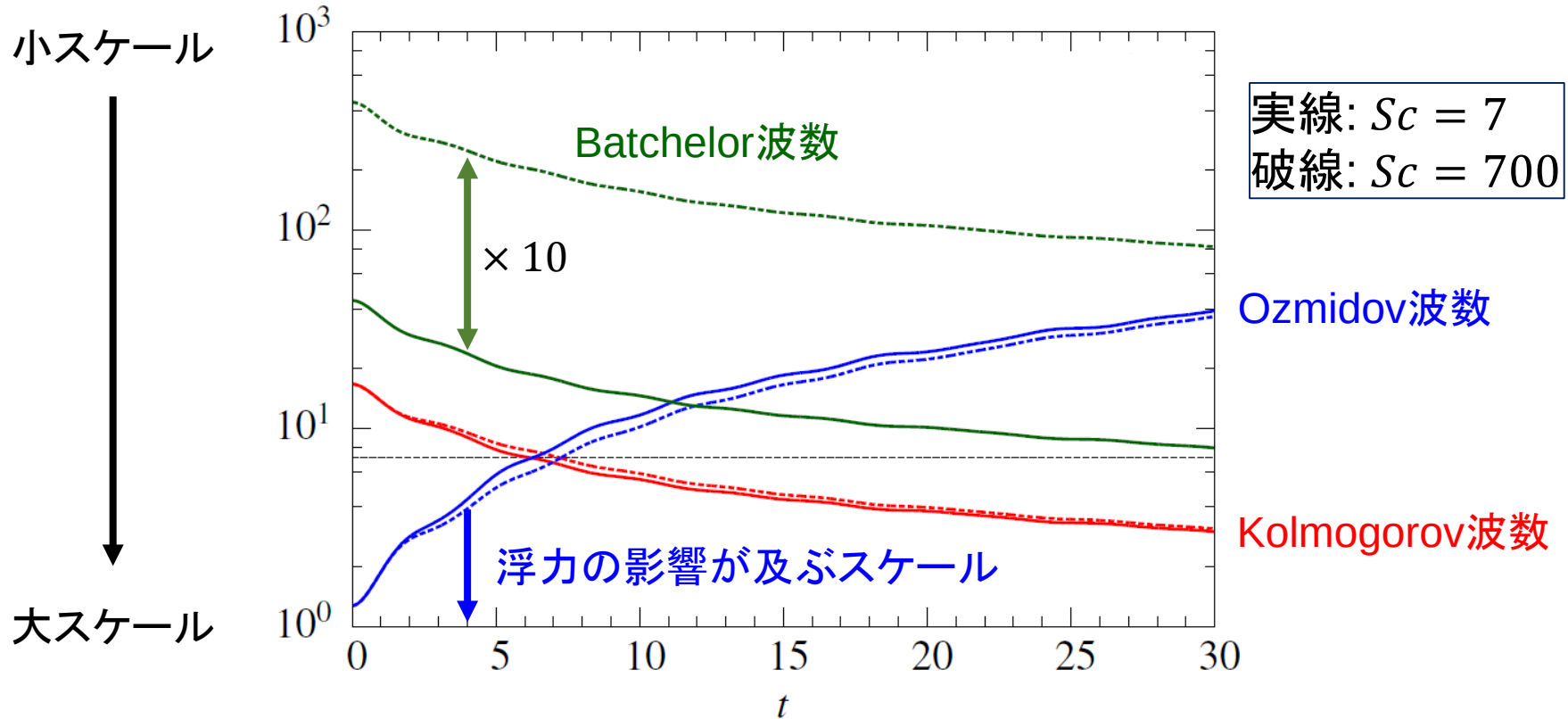
性能評価

- 格子点数: 4096^3
- 利用ノード数: 1024ノード
- 浮動小数点演算: 4.8TFLOPS
- 使用メモリ: 9.1TB
- 計算時間: 149hour
- 並列化性能
 - 並列化率: 99.988%
 - 並列化効率: 67.1%
- ベクトル化性能
 - ベクトル化率: 98.7%
 - 平均ベクトル長: 250



計算結果

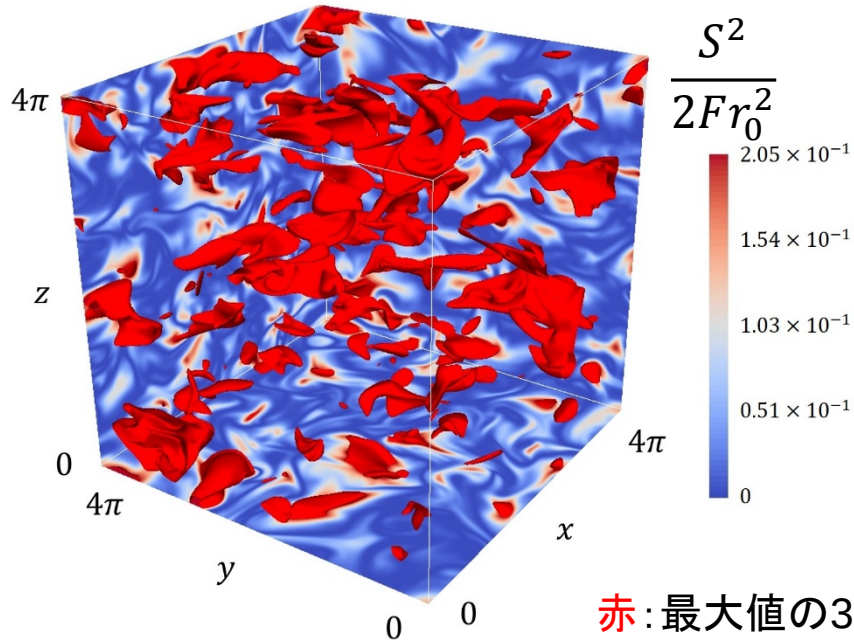
系を特徴付ける波数の時間変化



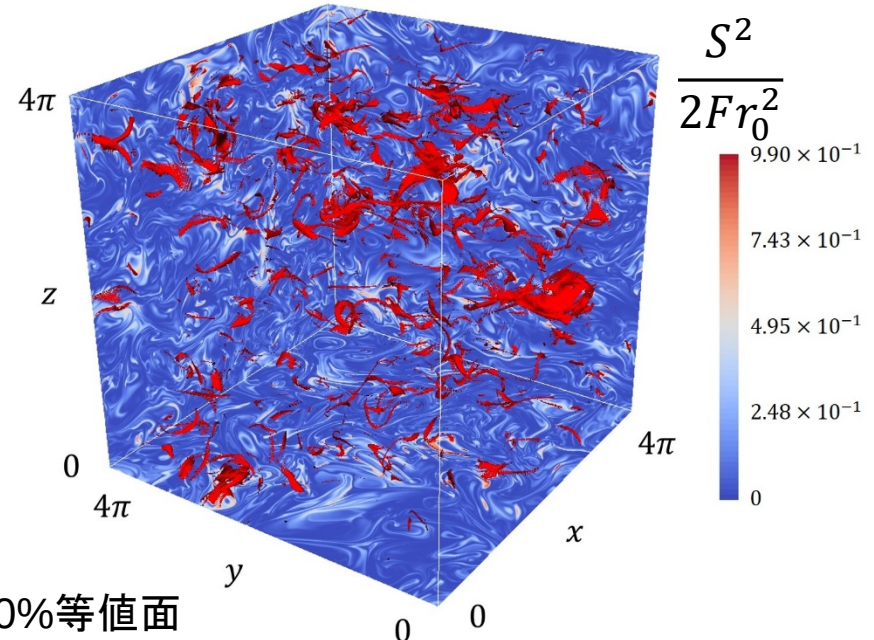
- Ozmidov波数: 浮力の影響を受ける最大波数.
 - Ozmidov波数は時間と共に単調に増加.
- $t \gtrsim 7$ では, 速度場の最小スケールにまで浮力の効果が及ぶ.

減衰初期 ($t = 6$) におけるポテンシャルエネルギーの分布

温度成層 ($Sc = 7$)



塩分成層 ($Sc = 700$)

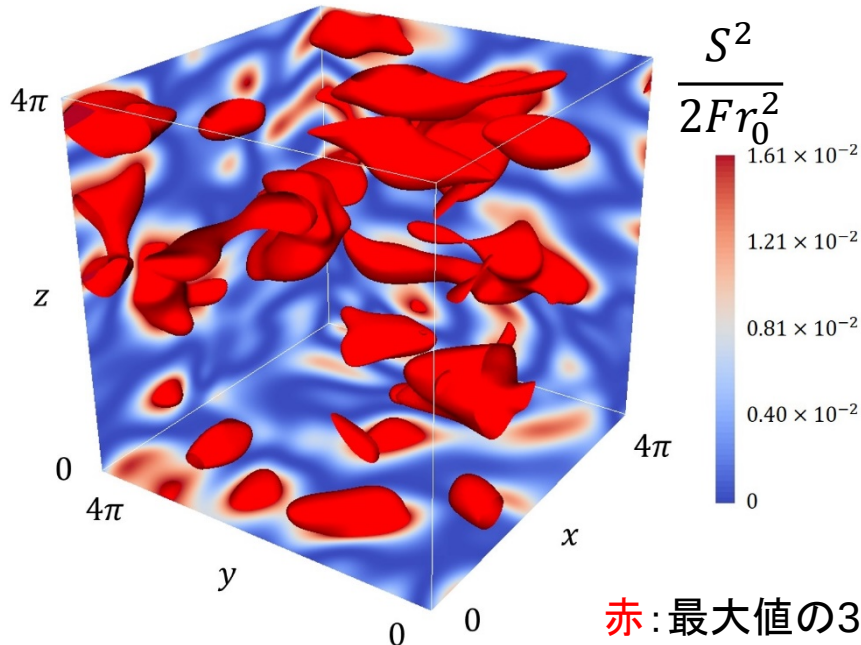


赤: 最大値の30%等値面

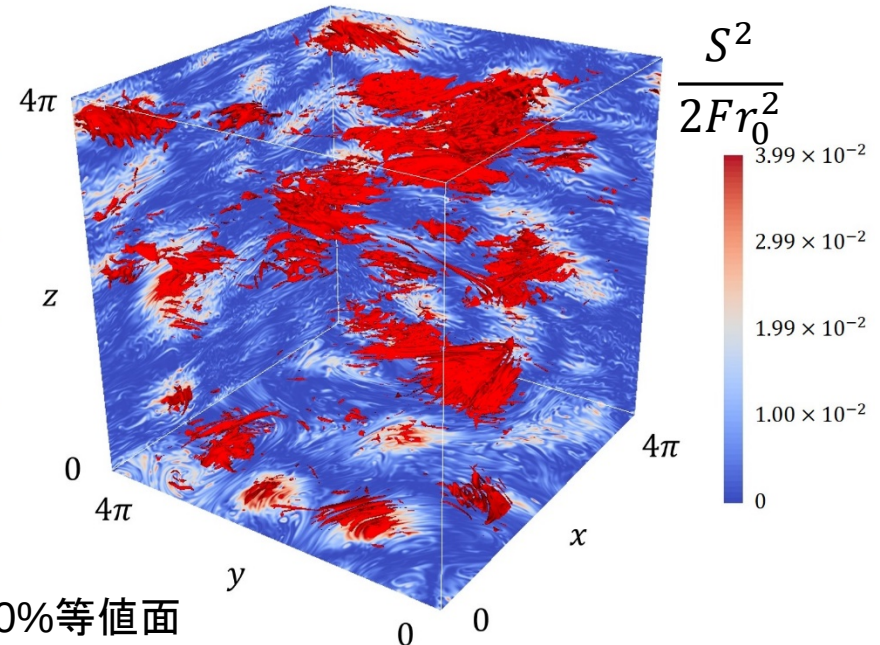
- 初期ではポテンシャルエネルギーの分布は等方的.
- 塩分 ($Sc = 700$) の最小スケールは, 温度 ($Sc = 7$) に比べ $1/10$.
→ より小スケールの構造がポテンシャルエネルギーをもつ.

最終時刻 ($t = 30$) におけるポテンシャルエネルギーの分布

温度成層 ($Sc = 7$)



塩分成層 ($Sc = 700$)



赤: 最大値の30%等値面

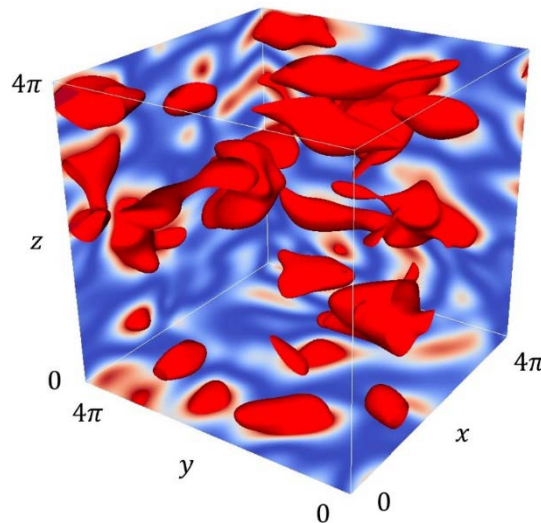
- 後期ではポテンシャルエネルギーの分布は扁平.
- 大スケールの構造は Sc によらない.
- $Sc = 700$ の場合, ポテンシャルエネルギーの高い領域は局在.

結論

- (密度成層乱流の直接数値計算の自由度) $= Re^{9/4} Sc^{3/2}$
→ 高 Re 高 Sc の計算にはさらなる計算機性能が必要！
- 塩分成層乱流 ($Sc = 700$) に対する新たな知見:
 - 塩分攪乱の局在化

ポテンシャルエネルギーの分布

温度成層 ($Sc = 7$)



塩分成層 ($Sc = 700$)

