

有限温度・有限密度 2 カラー-QCD の相図と超流動性の解明

伊藤 悦子

大阪大学 核物理研究センター

1. はじめに

核力などの強い力が支配的な系のミクロな振る舞いを記述する量子色力学(QCD)は、第一原理計算である格子シミュレーションによる数値的研究により、現実のハドロン質量の再現[1]や、有限温度相転移の定性的・定量的振る舞いの解明[2]において成功をおさめてきた。この格子理論の手法は、知られている唯一の非摂動的かつゲージ不変な定式化であり、理論的研究と実験結果の強い架け橋ともなっている。

しかしながら、これらの成功は、物質が存在することによる有限密度効果を見逃せる場合に限られている。有限密度下における QCD の振る舞いは、中性子星や加速器実験における現実の物理系として存在しているにも関わらず、理論的な理解はもとより、現象論的にも未だよく分かっていない。その主な理由は、上記の第一原理計算である格子シミュレーションには、有限密度にすると「符号問題」という本質的な困難があり、未だに完全な定式がないためである。

我々の研究の目標は、現実の QCD を記述する SU(3)ゲージ理論の Toy モデルである「SU(2)ゲージ理論(2 カラー-QCD)の有限温度・有限密度系」を格子シミュレーションで調べ、その相図の決定、さらには各相における系の性質を解明し、現実の有限温度・有限密度 QCD に対する知見を得る事である。

SU(2)ゲージ理論は、紫外領域では漸近的自由性があり、また(密度効果を無視した際の)低エネルギー領域では閉じ込めやカイラル対称性の自発的の破れという非摂動的性質を持つ。これは現実の QCD と同じである。一方で、有限密度 2 カラー-QCD 理論は、前述の「符号問題」がないため、格子計算が実現可能である。

これまでに、先駆的な格子計算による研究や、有効模型を用いた研究、大きなカラー自由度を持った模型による研究から、大雑把に下図 1 の様な相図が描けるものと予想されている。

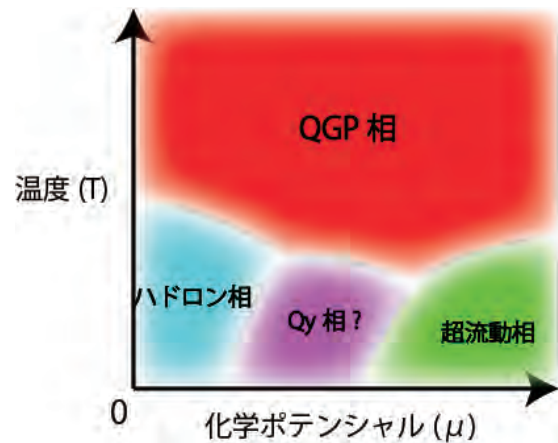


図 1 有限温度・密度 SU(Nc)-QCD の相構造予想図

ここで、各相の性質は、

(1) QGP 相

閉じ込めなし、カイラル対称性が回復し、ダイクォーク凝縮もなし

(2) ハドロン相

閉じ込めあり、カイラル対称性の自発的破れ、ダイクォーク凝縮なし

(3) quarkyonic (Qy) 相

閉じ込めあり、カイラル対称性の回復

(4) 超流動相

閉じ込めなし、カイラル対称性の回復、ダイクォーク凝縮あり

で特徴づけられる、と考えられている。

しかしながら

- 大きな N_c 理論の模型計算から予言された「Qy相」が $SU(2)$ や $SU(3)$ 理論に存在するのか？
 - QCD における「超流動相」の決定的な証拠があるか？
 - 特に低温高密度下でのトポロジーなど非摂動的な振る舞いはどうなっているか？
- という点が未だに不明であり、第一原理計算である格子計算の結果が待たれている状況である。

2. 符号問題とシミュレーションの不安定性問題

前述のように、現実の QCD を記述する $SU(3)$ ゲージ理論に対しては、有限密度下を実現する第一原理計算は符号問題が未だ完全には解決せず、広い温度と化学ポテンシャルの値での相構造に関する研究は実現不可能であるといえる。一方で、ゼロ化学ポテンシャルでは QCD と類似の非摂動的性質を持つ、 $SU(2)$ ゲージ理論にはこの符号問題がなく、第一原理計算が可能である。

一方で、符号問題のない $SU(2)$ ゲージ理論においても、低温高密度領域の第一原理計算は困難であることが知られている。その理由は、フェルミオンの化学ポテンシャル (μ) が最も軽いハドロンの質量 (m_{PS}) の半分以上を超えると、ダイナミカルにフェルミオン-反フェルミオンの対生成・対消滅が激しく起こり、シミュレーションが不安定になる事にある。

これまでに、 $SU(2)$ ゲージ理論に対する数値計算による研究として、スタaggerドフェルミオンを用いた 4 フレーバーに関する研究[文献]や、Wilson フェルミオンを用いた 2 フレーバーに関する研究[4,5]も行われたが、特に低温・高密度領域についての研究は乏しく、定性的な理解すら未だ得られていない。

3. 低温高密度領域でのシミュレーションの実行可能性

今回の研究では、連続極限に近くなるように改良された「岩崎ゲージ作用」と、「ウィルソン格子フェルミオン」を用いた格子作用を用いてシミュレーションを実行した。さらに、高密度領域のシミュレ

ーションの不安定性を回避するため、作用に「ダイクオーク源」の項を導入した。これは[3,5]で提案された方法であり、我々は独自にウィルソンフェルミオンに対して近似を使わずこの項を取り入れたハイブリッドモンテカルロ法のコードを構築した。

はじめに、ダイクオーク源を導入した我々の計算手法が、本当に低温高密度領域まで実行可能かどうかを調べた。

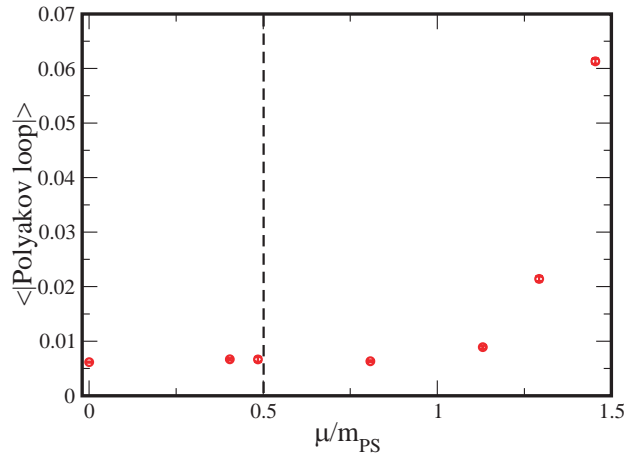


図 2 ある格子パラメータ ($\beta=0.8$, $\kappa=0.159$) におけるポリヤコフループの μ 依存性

図 2 に、格子サイズと質量パラメータを固定した低温での、ポリヤコフループの化学ポテンシャル依存性を示す。

この際、横軸が 0.5 以上では、前述の 2 章で説明したように「不安定性」の問題が起こり、ダイクオーク源項を入れない格子作用では分子動力学ステップを非常に細かくとつても計算が進まない現象を確認した。そのため図 2 では μ/m_{PS} が 0.5 より大きいところでは、ダイクオーク源を入れた格子作用で計算を行った。

その結果、閉じ込めの (近似的) 秩序変数であるポリヤコフループは、 $\mu = 0$ ではほぼゼロとなり閉じ込めを示しているが、 μ/m_{PS} が 1 を超えた辺りから徐々に大きくなり、非閉じ込め相に転移していく様子を捉えた。これは、図 1 の期待されている相図の低温領域を計算していることに対応し、低温

で μ を大きくすると非閉じ込めを示す「超流動相」が出現したことを示唆していると考えられる。

4. 相図決定にむけての格子パラメータの探索

計算がもっとも困難である「低温高密度領域」の計算実行可能性が示せたため、次の課題は、図1のような有限温度・有限密度の広い領域での相図の決定である。物理量の温度や密度依存性を求める際には、行っている格子計算における

「理論の赤外領域のスケールが何か」

ということに注意しなければならない。

今回の格子シミュレーションにおいては、

- (1) フェルミオンの質量
- (2) 温度
- (3) (フェルミオンの) 化学ポテンシャル
- (4) 閉じ込めスケール (ラムダ QCD)
- (5) シミュレーションしている格子の体積

の5つのパラメータが存在しており、(4)以外はシミュレーションを行うパラメータで調整できる。そのため、これらの大小関係に留意し、物理的に意味のあるパラメータを取る必要がある。

そこで、ゼロ化学ポテンシャル中の計算を行い、格子上のパラメータと物理的な格子間隔や質量との対応をつけ、格子の大きさと温度の対応、裸の質量と繰り込んだ質量の対応を得た。

4.1 質量の繰り込みによる物理一定線の決定

ウィルソンフェルミオンの質量は、格子上の質量パラメータ (ホッピングパラメータ: κ) でコントロールされる。これは場の理論における「裸の質量」に対応し、足し算のくりこみと掛け算のくりこみが必要である。その繰り込み因子は、格子結合定数(β)に依存するため、各 β に対して「物理的」な質量が一定となるような κ の値に調整する必要がある。

我々は、最も軽い質量を持つハドロンである擬スカラーメソンの質量 (m_{PS}) と次に軽い質量を持つベクトルメソンの質量 (m_V) の比を、様々な(β, κ)に対して計算し、各 β においてその比が0.8になる κ の値を得た。

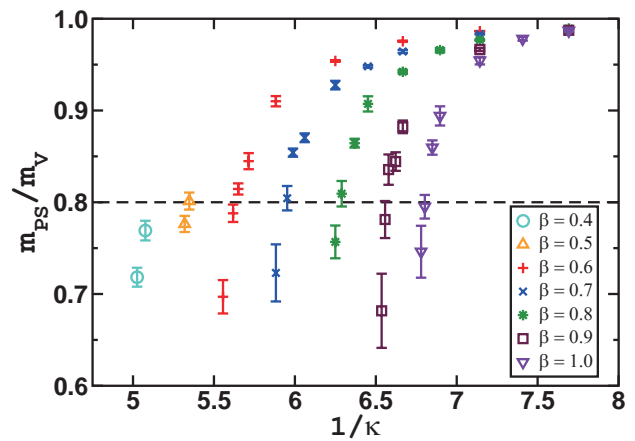


図3 各 β における軽いハドロンの質量比の κ 依存性

4.2 グラディエントフロー法による格子間隔の決定

次に、異なる β におけるシミュレーションにおいて、実際の格子サイズと温度の関係をつけるため、格子上の結合定数(β)と格子間隔(a)の間の対応を求めた。そのために、レファレンススケールとして、最近提案されたグラディエントフロー法によるスケール設定[文献6]を行った。この手法では、質量次元-2を持つ仮想的なフロー時間 (t) と格子上でのエネルギー密度 (E) から無次元量 $t^2 \langle E \rangle$ を測定し、これが一定となるフロー時間を各 β に対して求める。図4の $t^2 \langle E \rangle$ 一定のラインを与える t/a^2 の値の比から、格子間隔の比が求まった。結果として、 $\beta=0.5$ から $\beta=1.0$ までの格子間隔は約3倍の差がある事がわかった。

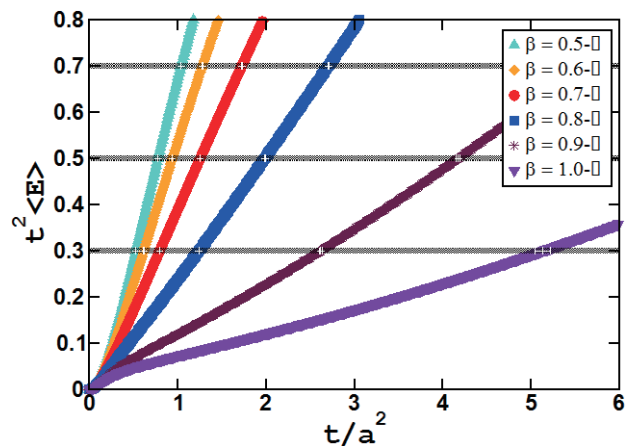


図4 各 β における $t^2 \langle E \rangle$ のフロー時間依存性

5. まとめと今後の展望

有限密度 QCD で最も困難とされる「高密度領域」の定性的な理解を得るため、符号問題のない SU(2) 2 フレーバー理論に注目し、さらに高密度領域まで第一原理計算を可能とするために、ダイクォーク源を導入する手法を用いて第一原理計算を行った。

特に 2017 度は、ダイクォーク源を導入したことで、シミュレーションの不安定性を回避し、非常に高密度領域まで計算が実行可能であることを調べた。

さらに、有限温度・有限密度の広い領域における物理の解明の準備として、格子上のパラメータと連続極限での物理量の対応を与えるのに必要なスケール設定のシミュレーションを行った。

本研究は、高知大学飯田圭氏と李東奎氏との共同研究に基づく。

2017 年度は、若手・女性研究者支援萌芽枠に採用していただき、研究を行った。

2018 年度は、学際大規模情報基盤共同利用・共同研究拠点公募型共同研究(JHPCN)にも採択され、相図の決定と各相における物理的性質の研究を遂行中である。

最後に、本研究を遂行するにあたって、グラディエントフローのコードは、CMC の対面相談制度を利用し、NEC の塩田さんらにご協力頂いた。また、日頃からシステムの運営を支えてくださっている方々（特に寺前さん）には、迅速かつきめ細かいサポートを頂いており深く感謝致します。

さらに、公募型利用制度に応募する際は、RCNP の保坂氏、外川氏、石井氏、池田氏の強い勧めがあった。今回の研究結果は、CMC の公募型支援枠だけではなく、RCNP による無償サポートの計算資源を併用して得られた。RCNP ならびに核物理コミュニティのサポートにも感謝します。

参考文献

- (1) S.Durr et al., Science 322:1224-1227,2008
- (2) Y. Aoki et al., Nature **443** 675 (2006)
- (3) J.B.Kogut et al., Nucl.Phys. **B642** (2002) 181-209
- (4) S.Muroya et al., Phys.Lett. **B551** (2003) 305-310
- (5) S.Hands et al., Eur.Phys.J. C48 (2006) 193
- (6) M. Luescher, JHEP 1008, 071 (2010)