

# 格子量子色力学を使った高密度物質の研究

河野 宏明

佐賀大学 理工学部 物理科学科

## 1. はじめに

太陽の2倍程度の質量のある中性子星の発見は、素粒子・原子核物理学の研究分野に衝撃的なインパクトを与えた。中性子星は、巨大な星がその終末期に引き起こす超新星爆発で誕生するものと考えられているが、爆発の際、巨大な星の持つ質量の大部分は、外側に向かって飛びちるため、その中心部の残る中性子星の質量はせいぜい太陽の1.5倍程度であると考えられてきた。また、中心部の物質の残存が非常に大きければ、強い重力のため星を内部の圧力で支えられなくなり、ブラック・ホールとなってしまふ。実際、以前より観測されていた中性子星の質量は太陽質量の1.5倍程度のものであったが、近年になって太陽質量の2倍程度の中性子星があいついで発見されたのである。これらの発見は、中性子星内部の物質の圧力が予想より強いものである事、すなわち内部の物質が高密度で“硬くなる”事を意味し、内部物質の状態方程式についての新しい知見となった。状態方程式は、物質のミクロな構造を反映しているので、この事は、ミクロな物理学である素粒子・原子核物理学の研究分野に大きなインパクトを与えたのである。

陽子・中性子などの重粒子（バリオン）や核力を媒介する中間子は、一般に“素粒子”とよばれるが、本当の基本粒子ではなく、クォークやその反粒子である反クォークが、グルーオンというゲージ粒子によって媒介される強い相互作用によって結合して出来ている。現時点においては、クォークと（電子などの）レプトンが物質を構成する最小単位であり、それらに光子やグルーオンなどによって媒介されるいわゆる“4つの基本的相互作用”が働いて、さまざまな物質や宇宙を形作っていると考えられている。

ところで、クォークは物質の最も基本的な構成粒

子であるが、不思議な事に単体では取り出せていない。クォークは色という3種の電荷を持っており、やはり種の色電荷を持つグルーオンと強い相互作用する。強い相互作用は、文字通り“強い”ため、クォークや反クォークは非常に強く結合してハドロン（バリオンと中間子の総称）を構成し、その中に“閉じ込め”られている。この強い相互作用は、“閉じ込め”以外にも、本来非常に軽かったクォーク（厳密に言うと陽子や中性子を構成しているuとdのクォーク）をたいへん重くするという不思議な性質も持ち、この現象はカイラル対称性の自発的破れと呼ばれている。

強い相互作用は量子色力学（QCD）によって記述される。この理論の特徴は、その相互作用のエネルギー依存性にある。粒子間でやりとりをするエネルギーが大きい時（このような時は粒子間が近距離である）は、この相互作用の結合は大きくないが、粒子間でやりとりをするエネルギーが小さい（遠距離）の場合は、結合が非常に大きくなる傾向がある。（遠距離で結合が強くなるため”閉じ込め”がおこる。）このため、この理論においては、高エネルギーの現象については、電磁量子力学などで大きな成果を収めた摂動論が有効であるが、低エネルギー領域では、摂動論は破綻して使用できない。低エネルギーの現象である”閉じ込め”や”カイラル対称性の破れ”を第1原理である量子色力学から解析的に示すことは非常に難しい。しかし、数値的な非摂動的解析方法としては、ウィルソンによって提唱された格子理論があり、この方法を使って、”閉じ込め”や”カイラル対称性の自発的破れ”は、第1原理から解析されるようになった。格子QCDは、有限温度の状態にも適用され、その結果、高温では、閉じ込めが破れて多数のクォーク・グルーオンがプラズマ状態で飛び回るようなクォーク・グルーオン・プラズマ（QGP）

の状態が出現する事が予測され、その新状態の状態方程式についても多くの知見が得られている。さらに、高エネルギー原子核衝突の実験によって QGP の存在が示唆されるに至っている。しかしながら、中性子星内部に存在する高クォーク数（バリオン数）密度物質に関して情報を得ようとすると、有限の(実数)クォーク数化学ポテンシャルのある格子 QCD 計算を行う必要があるが、この場合は符号問題という難問のため、格子計算がうまく実行できない。この問題に挑むために、この研究では、符号問題の存在しない虚数クォーク数化学ポテンシャルや実数アイソスピン化学ポテンシャルを用いた計算を行い、そこから現実の中性子星内物質に対応する実数クォーク数化学ポテンシャルと実数アイソスピン化学ポテンシャルが両方存在する領域の情報を得る事を目指す。

## 2. 格子と符号問題

格子 QCD では、計算機上の離散化されて次元空間（格子）上に場の変数を乗せて（クォーク場は格子点上、グルーオン場は格子辺上におく）、量子色力学の理論にしたがって、シミュレーションを行う。統計力学の計算を行う場合は、通常は、以下のように大正準分配関数を場の配位による経路積分の形に書き換えた表式を用いる。

$$Z = \int DUDqD\bar{q} \exp(-S_{QG} - S_G)$$

$$S_{QG} = \bar{q}Mq$$

ここで  $U$  はグルーオン（ゲージ）場、 $q$  はクォーク場、 $S_{QG}$  はクォークとグルーオンを含む作用、 $S_G$  はグルーオンのみを含む作用を表す。 $M$  は、クォークの持つ離散的な自由度だけでなく、時空座標も行列の足とする行列を示す。この行列は、一般には、クォーク数についての化学ポテンシャル  $\mu$  を含んでいる。ここでは、 $S_G$  の具体的な形は重要でないので省略する。

クォーク場  $q$  の積分は手で実行でき、次が得られる。

$$Z = \int DU \det[M] \exp(-S_G)$$

この表式において、グルーオン場の経路積分を行え

ばよいわけだが、グルーオン場は 4 次元時空の各点間の辺（リンク）上に存在し、各々が経路積分の積分変数となる。これらの多数の積分変数について、可能な値をすべて足し上げるのは、実質的に実現不可能であり、実際にはモンテカルロシミュレーションによって計算は行われる。その場合でも十分な多くの数の場の配位について足し上げを行う事は難しい。そこで、被積分関数

$$\det[M] \exp(-S_G)$$

を規格化したものを配位の存在確率分布関数と見なして、その確率に従って、配位を生成して集める事で、少ない配位で高い精度の積分結果を得る方法が用いられる。これをインポートランス・サンプリングと呼ぶ。零クォーク数密度での計算は、このようにして実行され、信頼度の高い結果が得られている。

しかしながら、有限のクォーク数化学ポテンシャルがあると、グルーオン場の積分表式にあらわれる行列式が

$$(\det[M(\mu)])^* = \det[M(-\mu^*)] = \det[M(-\mu)]$$

となって、有限の  $\mu$  では行列式は、実性、すなわち

$$(\det[M(\mu)])^* = \det[M(\mu)]$$

が保証されず、行列式は複素数になり、その実部の符号も正負定まらない。このため、被積分関数の確率解釈を必要とするインポートランス・サンプリングの方法が使えないので、信頼できる計算結果が得られない。これを符号問題と呼ぶ。ただし、これは被積分関数が“非物理的”という事でない。行列式は複素数になるが、分配関数は実数になる事は厳密に示す事ができるのである[1]。最終的な答えは物理的なので、計算の途中に複素数が現れるのが、符号問題である。

この問題を解決する 1 つの方法として提案されているのが、虚数化学ポテンシャルを使う方法である。 $\mu$  が純虚数だと仮定すると、行列式は

$$(\det[M(\mu)])^* = \det[M(-\mu^*)] = \det[M(\mu)]$$

となって実数となり、インポートランス・サンプリングによる格子 QCD 計算が可能となる。そのようにして得られた結果を解析接続する事によって、今知りたい実  $\mu$  化学ポテンシャルの情報を得る事が期待

できる。(参考文献[2]およびその中の引用文献を参照。) また、QCD に対する適切な有効モデルを設定できれば、そのモデルの未定パラメータを虚数  $\mu$  領域で決定でき、そのようにして得られた有効モデルによって実  $\mu$  領域の解析が可能となる[3]。特に後者の方法は、実  $\mu$  領域に非連続な転移が存在する場合でも有効であると考えられ、実用性が高い。

高クォーク数密度のクォーク物質は、中性子星などの高密度天体内部に存在すると考えられているが、中性子星という名前からわかるように、この星の内部では中性子と陽子（あるいは d クォークと u クォーク）の数は等しくない。このような状況は、アイソスピン化学ポテンシャルという、クォーク数化学ポテンシャルとは独立な化学ポテンシャルによって表される。純虚数クォーク数化学ポテンシャルだけでなく、実数アイソスピン化学ポテンシャルもある場合でも符号問題がない事が河野らによって示されている [4]。この研究では、この場合の格子 QCD 計算を実際に行い、中性子数と陽子数が等しくない高密度物質の情報を求めることを試みた。

### 3. 格子 QCD 計算の設定と実行

実際に計算に用いた格子 QCD 計算のプログラムやセッティング等は以下の通りである。(専門用語等については参考文献[2]、[5]等を参照の事。)

この研究で使用したプログラムは、中村純氏らのグループが開発した Lattice Tool Kit [6]をこの研究用に修正したものである。このプログラムでは、グルーオンの作用としては Iwasaki improved action を、クォークの作用としては 2 フレーバの Clover fermion を使用している。配位生成は、ハイブリッドモンテカルロ法により行われる。格子の大きさは、時間方向が 4 であり、空間方向が 12 である。

数値計算を行う大型計算機として、大阪大学サイバーメディアセンター(CMC)の SX-ACE を使用した。前年度に引き続き CMC からは、96,000 ノード時間の計算時間をサポートしていただいた。また、これとは別に大阪大学核物理研究センターからいただいた計算時間の一部を計算に使用した。

計算のパラメータには、物理的状況を表すものと、数値計算の実施の上で指定しないといけないものがある。まず、物理的なパラメータとしては、系の温度  $T$  とクォークの質量をコントロールする  $\beta$  と  $\kappa$ 、アイソスピン密度をコントロールするアイソスピン化学ポテンシャル  $\mu_1$  および無次元化された虚数化学ポテンシャル  $\theta = \mu / (iT)$  がある。  $\beta$  および  $\kappa$  については、参考文献[2]と同じ設定を使用した。  $\mu_1$  については、主に  $\mu_1 T = 0, 0.05, 0.1$  の 3 種類について計算した。  $\theta$  は、  $0 \sim \pi/3$  の領域の 16 点について、同時に計算を行う並列計算を行った。

ゲージ配位は最大で 60,000 程度生成し、最初の 4,000 を熱平衡達成までの過程として除いて、配位間の人口的な自己相関を避けるために 100 ごとに配位を採用して、物理量を計算した。平成 29 年度の計算で配位計算はほぼ終了した。計算した物理量は、前年度に引き続き、プラケット変数、ポリヤコフープ、クォーク数密度およびアイソスピン数密度である。

### 4. 数値計算の結果と解析

前回の報告でクォーク数密度の結果を示したので、今回は、アイソスピン密度の結果を示す。図 1 に温度におけるアイソスピン数密度の虚数化学ポテンシャル依存性を示す。純虚数となるクォーク数密度と異なり、この量は実数となる。誤差を持つ点が格子 QCD 計算の結果であり、線が有効モデルによる結果である。温度は零密度における非閉じ込め転移の擬臨界温度  $T_c$  の 1.35 倍であるので、高温領域であり、アイソスピン化学ポテンシャルは  $\mu_1 = 0.4T$  である。格子の有限体積補正として、同じ格子上でのステファン・ボルツマン極限での値で割って、現象論模型の同様の値と比較している。有効モデルは、ポリヤコフープ拡張型南部・ヨナ-ラシニオ (PNJL) 模型であり、パラメータは参考文献[7]で決定されたものを使った。高温領域では PNJL 模型は格子 QCD の結果を (ややオーバーシュート気味であるが) よく再現していると言える。この傾向は他の物理量も同様である。一方、低温では、PNJL 模型は再現性が

よくなく、その改良が必要と思われる。この事は現象論サイドの重要な課題である。

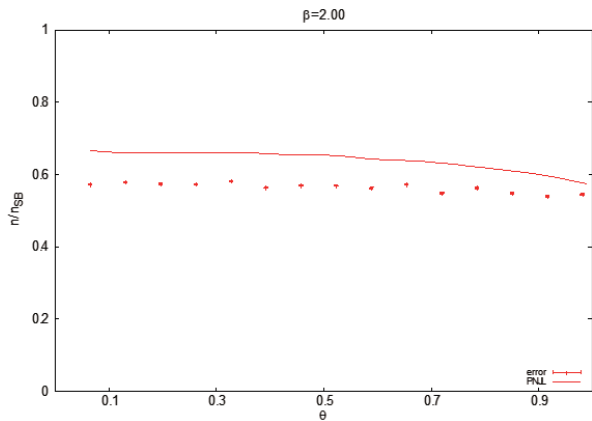


図1 高温におけるアイソスピン数密度の $\theta$ 依存性

## 5. まとめと今後の展望

有限クォーク数密度、有限アイソスピン数密度の情報を得るため、虚数クォーク数化学ポテンシャルと実数アイソスピン化学ポテンシャルが同時に存在する場合の格子 QCD 計算を行った。これは著者が知る限りにおいて世界最初の計算例である。高温領域では、格子 QCD 計算の結果は有効模型でよく再現できた。一方、中間温度・低温の領域では現象論模型は格子 QCD 計算の結果より小さな値を与え、結果を再現できなかった。これは現象論模型にハドロンの寄与が十分に取込まれていないためと考えられる。しかし、高温で現象論模型が格子 QCD 計算を再現できた事で、九州大学の管野淳平氏らが参考文献[7]および[8]で行ったような二相模型を用いた中性子星の解析は的を得たものだという事が言える。今後は、低温領域の格子計算も再現できるような有効模型の研究・改良[9]が課題となる。

なお、これらの結果は、逐次発表されている。(本公募研究期間である平成29年度のものだけを参考文献に表示[10]。)本研究の本体となる格子 QCD 計算は、小規模なものを残して終了したので、付加的な計算を実行して、最終的結果を論文にまとめる予定である。

## 謝辞

本研究の遂行にあたり様々な助言・助力をいただいた中村純氏、八尋正信氏、柏浩司氏、高橋純一氏、石井優大氏、管野淳平氏、宮原昌久氏、開田丈寛氏に感謝いたします。大阪大学サイバーメディアセンターと大阪大学核物理研究センターからは計算時間の継続的なサポートをいただきました。ここに謝意を表します。また、この研究は、科研費(基盤研究C(No.26400279))のサポートも受けております。ここに謝意を表します。

## 参考文献

- [1] T. Hirakida, et al., Phys. Rev. D **94**, 014011(1-13), (2016).
- [2] J. Takahashi, et al., Phys. Rev. D **91**, 014501(1-11), (2015).
- [3] Y. Sakai, et al., Phys. Rev. D **79**, 096001(1-9), (2009).
- [4] H. Kouno, et al., Phys. Rev. D **85**, 016001(1-12), (2012).
- [5] 青木慎也, 格子上の場の理論, シュプリンガー現代理論物理学シリーズ第3巻, シュプリンガー・フェアラー東京, 2005年.
- [6] C. Choe 他, 素粒子論研究 **108**, No.1, 1-43, (2003).
- [7] J. Sugano, et al., Phys. Rev. D **90**, 037901(1-5), (2014).
- [8] J. Sugano, et al., Phys. Rev. D **94**, 014024(1-9), (2016).
- [9] J. Sugano, et al., Phys. Rev. D **96**, 014028(1-10), (2017).
- [10] 河野宏明, “虚は実なりー虚数化学ポテンシャルの世界ー”, 研究会「これまでの原子核物理学の潮流と今後の展望」, 2018年3月16日, 九州大学