

# Z3 対称な量子色力学における格子シミュレーション

河野 宏明

佐賀大学 理工学部 物理科学科

## 1. はじめに

高温・高密度におけるハドロン・クォーク物質の研究は、素粒子・原子核物理だけでなく、宇宙論や天体物理学にも強い関係を持つ重要な研究課題である。物質の基本的構成粒子であるクォークは通常は陽子や中性子（総称してバリオン）や核力の正体である中間子の内部に閉じ込められていて、その外部に取り出す事ができないと考えられている。この現象はクォークの閉じ込めと呼ばれ、現在に至るまでも正確な説明がなされていない現象である。

クォークの閉じ込めは、クォークやその反粒子である反クォークの間に働く強い相互作用と呼ばれる力の性質を反映したものであると考えられる。この相互作用は、クォーク間の距離が短い場合は、弱いものである。しかし、1つのクォークを他のクォークや反クォークから引き離そうとすると、相互作用のポテンシャルがどんどん強くなり、引き離すために無限のエネルギーが必要となって、引き離す事ができない。

強い相互作用はグルーオンによって媒介されるが、この力は量子色力学(QCD)と呼ばれる理論で記述されると考えられている。量子色力学における“電荷”は色電荷と呼ばれ、光の三原色に例えて赤・緑・青とよばれる。クォークはこれらの3種類の電荷のどれかを持っており、反クォークはこれらの“補色”の色電荷を持っている。クォークや反クォークの間にグルーオンが飛ぶ事で、力が伝わる。光子（電磁波）で媒介される量子電磁気学と異なり、グルーオン自身が8色の色電荷を持っている事が量子色力学の大きな特徴であり、このためグルーオン間の自己相互作用が存在し、閉じ込めなどの量子電磁気学にはないような不思議な現象を引き起こしていると考えられる。閉じ込めは、結合の強い状況に対応するので、摂動論で説明する事はできず、非摂動的な理

論が必要である。現時点で、非摂動的な理論のうち、もっともシステムティックで信頼性の高いものは、格子量子色力学（格子 QCD）と呼ばれるものであるが、（少なく定性的には）閉じ込めをシミュレーションで再現していると考えられている。

さらに、格子 QCD に基づく、統計力学的計算によれば、高温においては、クォーク間の力が弱くなり、クォークの閉じ込めが破れて、多数のクォーク・反クォークがほぼ自由に動き回るクォーク・グルーオン・プラズマ(QGP)とよばれる新状態ができると予測されている。また、高エネルギーの原子核衝突実験では、QGP の実験的な生成の（間接的な）証拠が得られていると考えられている。また、QGP はビッグバンの  $10^{-5}$  秒程度の後の初期宇宙においても存在したと考えられている。格子 QCD によって、これらの状態を記述する状態方程式の計算もなされている。

高温でなくても、クォークの数が反クォークの数よりもはるかに多いような状態においても、相互作用が変化を受け、クォークの自由状態ができていると期待できる。そのような状態は中性子星などの高密度天体の内部に存在すると考えられる。このような状態の情報を理論から得るには、クォーク数に対する化学ポテンシャルを導入した格子 QCD の統計力学的シミュレーションを行えばよい。しかしながら、格子 QCD にクォーク数の化学ポテンシャルを導入すると、符号問題と呼ばれる問題のために計算が非常に難しくなる。

ここでは、符号問題に挑むために、符号問題が弱いと期待できる Z3 対称化された格子量子色力学(以下、Z3-QCD と呼ぶ)を考える。Z3-QCD は低温極限をとると元の理論に一致するので、この結果から通常の理論の低温での結果を導く事ができると期待できる。Z3-QCD は、現在のところ、零化学ポテン

シャルでの計算しか行われていない[1]。ここでは、位相クエンチ近似の下での有限化学ポテンシャルのある Z3-QCD の格子シミュレーションの結果について報告する。

## 2. 符号問題

格子 QCD では、計算機上に格子状の 4 次元空間を作り、その各点にクォークの場を置き、各辺にグルーオンの場を置く[2]。統計力学的な計算を行う場合は、通常は、以下のような大正準分布関数を経路積分表示にして計算を行う。

$$Z = \int DUDqD\bar{q} \exp(-S_{QG} - S_G)$$

$$S_{QG} = \bar{q}Mq$$

ここで、 $S_G$  はグルーオンのみを含む作用を、 $S_{QG}$  はクォークとグルーオンを含む作用を表す。 $q$  はクォーク場、 $U$  はグルーオン (ゲージ) 場である。 $M$  は、クォークの持つ時空間座標と離散的な自由度を足とする行列であり、和の記号 (積分) は省略されている。この行列は、クォーク数についての化学ポテンシャル  $\mu$  を含んでいる。 $S_G$  の具体的な形は、以下の議論では重要でないので、ここでは示さない。

クォーク場  $q$  の積分は形式的に実行でき、次が得られる。

$$Z = \int DU \det[M] \exp(-S_G)$$

残された自由度はグルーオン場の自由度のみであるが、このグルーオン場も多数の自由度を持つので、厳密に足し上げる事は実際には不可能である。そこで、被積分関数

$$\det[M] \exp(-S_G)$$

を規格化したものを確率分布関数として使用する事で、インポートランス・サンプリングを行う事でこの積分を近似的に行う。

しかし、有限の実クォーク数化学ポテンシャルがある場合、被積分関数の中の行列式の複素共役が

$$(\det[M(\mu)])^* = \det[M(-\mu^*)] = \det[M(-\mu)]$$

となって、実数かつ有限の  $\mu$  では、行列式は、実性、すなわち

$$(\det[M(\mu)])^* = \det[M(\mu)]$$

が保証されずに、行列式は複素数となり、しかも、

その実部の符号も正負定まらない。したがって、上記のような確率解釈に基づくインポートランス・サンプリングの使用ができなくなる。これが符号問題である。

ただし、分配関数そのものが“物理的でない”という意味でない。行列式は複素数になるが、経路積分後に得られる分配関数は実数になる事は厳密に示す事ができる[3]。最終的な答えは物理的になるが、実際に計算する事が難しくなるのが符号問題である。

符号問題に対する処方箋として、行列式の絶対値をとったものを行列式の代わりに使う方法がある。これを位相クエンチ近似と呼ぶ。行列式の位相の絶対値が大きい場合は、この近似は悪くなる。

## 3. Z3 対称性と符号問題

力学的なクォークがない純ゲージ理論においては、以下のような時間 ( $\tau$ ) 的境界条件を満たすゲージ変換にたいして理論が不変である。

$$g(\tau=0, \mathbf{x}) = z g(\tau=1/T, \mathbf{x})$$

ここで  $T$  は温度であり、 $z$  は Z3 群の要素の 1 つである。この対称性を Z3 対称性と呼び、その対称性を測る秩序変数がゲージ場の時間成分から作られるポリヤコフープである [2]。ポリヤコフープは、純ゲージ場に加えられた重い静的クォークの自由エネルギーと結びついており、ポリヤコフープの期待値が零なら Z3 対称性が守られクォークは閉じ込められ、有限値であれば Z3 対称性が自発的に破れてクォークは自由になっていると判定できる。しかし、力学的なクォークが存在すると、その境界条件が上記のゲージ変換で  $z$  因子だけ変化してしまう。また、クォーク場の変数変換によって、その変化は化学ポテンシャル  $\mu$  が因子  $z$  の位相  $\phi$  分だけ

$$\mu \rightarrow \mu + i\phi \quad (\phi=0, 2\pi/3, -2\pi/3)$$

と変化したととらえる事もできる。したがって、力学的なクォーク場を含む QCD は Z3 対称でない。

しかし、3 フレーバー (u,d,s) の QCD を考え、それぞれのクォークに、あらかじめ

$$\mu_u = \mu + i2\pi/3$$

$$\mu_d = \mu - i2\pi/3$$

$$\mu_s = \mu$$

という化学ポテンシャルを与えておくと、Z3 変換によって、それぞれのクォークの化学ポテンシャルは変化するが、全体としては変化せず、Z3 対称性は保たれる。このように修正された QCD を Z3-QCD と呼ぶ[4-7]。低温極限では、境界条件は効かなくなるので、Z3-QCD は通常 QCD に近づく。

Z3 対称性は符号問題の強さと関係している。純ゲージ理論や 8 色のクォークを加えた理論は Z3 対称性があり、符号問題がない。Z3-QCD では、符号問題は完全になくならないが、弱くなる事が期待される[8]。実際、QCD の有効理論においては、Z3 対称性があると、符号問題がなくなったり[3]、弱くなったりする事[9]が示されている。ここでは位相クエンチ近似による有限化学ポテンシャルのある格子 Z3-QCD のシミュレーションについて報告する。

#### 4. 格子 QCD 計算の設定と実行

格子 QCD 計算のプログラムおよびセッティングは以下の通りである。(専門用語等については、参考文献[2]、[10]等を参照の事。)使用したプログラムは、中村純氏らのグループが開発した Lattice Tool Kit [11]を、Z3-QCD に改造したものである。グルーオンの作用としては Iwasaki improved action [12]を、クォークの作用としては 2 フレーバーの Wilson fermion を使用している。ゲージ場の配位生成は、ハイブリッドモンテカルロ法を用いている。格子の大きさは、空間方向が 8 であり、時間方向が 4 である。

計算に使用した大型計算機は、大阪大学サイバーメディアセンター(CMC)の SX-ACE である。CMC からは、96,000 ノード時間の計算時間をサポートしていただいた。また、これとは別に大阪大学核物理研究センターからサポートしていただいた計算時間の一部を計算に使用した。

位相クエンチ近似は、2 フレーバーでないと使えないので、Z3-QCD では最低 6 フレーバーが必要となる。しかし、ここではクォークの作用の前に因子 1/3 をかけることで、零温度極限で 2 フレーバーの通常の QCD になるようにしており、使用したパラメ

ータは通常の 2 フレーバー QCD と同じものである。物理的なパラメータとしては、温度に関する  $\beta=1.8, 1.9, 2.0, 2.1, 2.2$  と密度に関する化学ポテンシャル  $\mu=0, T, 2T, 4T$  である。ただし、位相クエンチ近似の計算なので、 $\mu$  はクォーク数というよりアイソスピン数に対する化学ポテンシャルに対応する。

ゲージ配位は最大で 10,000 程度生成し、最初の千程度を熱平衡達成までの過程として除いた。また、配位間の人口的な自己相関を避けるために 50 ごとに配位を採用して、物理量を計算した。計算した物理量は、プラケット変数、ポリヤコフープおよび数密度である。

#### 5. 数値計算の結果

ここでは紙数が限られているので、ポリヤコフープの計算結果だけを示す。図 1 に零化学ポテンシャルにおけるポリヤコフープ  $P$  の絶対値の  $\beta$  依存性を示す。 $\beta$  が大きいものが高温に対応する。通常の QCD においては、非閉じ込め転移は連続的なクロスオーバーであるが[13]、Z3-QCD においては 1 次転移を示唆するような急激な転移が見られ、これは先行研究とも一致する[1]。

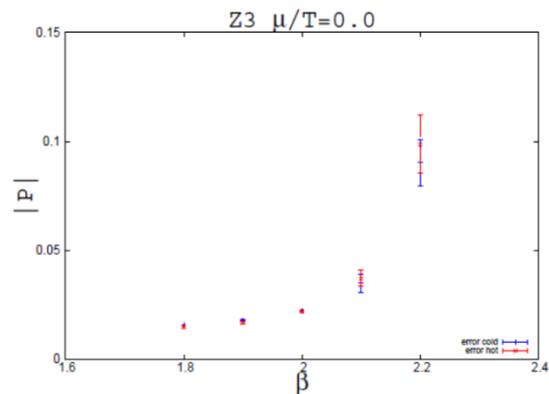


図 1:  $\mu=0$  における  $|P|$  の  $\beta$  依存性

図 2 は、 $\mu=T$  における Z3-QCD におけるポリヤコフープ  $P$  の絶対値の  $\beta$  依存性である。図 1 と同様に、ポリヤコフープの絶対値は高温において急激な増加を見せているが、その変化がよりシャープになっている。化学ポテンシャルの増加が非閉じ込め転移をよりシャープにしている事がわかる。

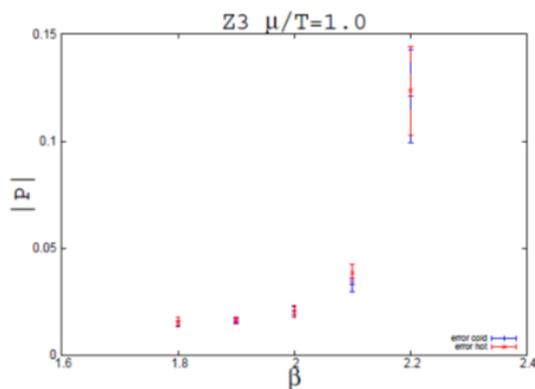


図 2 :  $\mu=T$  における  $|P|$  の  $\beta$  依存性

## 6. まとめと今後の展望

符号問題に対する解決策について模索するために、有限化学ポテンシャルのある場合の Z3 対称な QCD における格子シミュレーションを位相クエンチ近似のもとで行った。Z3-QCD では、非閉じ込め転移は非連続的な 1 次転移となると考えられる。転移は化学ポテンシャルが増加するとよりシャープになると考えられる。著者が知る限り、これは世界初の計算である。また、これらの結果は、逐次発表されている[14,15]。

ここで行ったのは位相クエンチ近似の計算であるので、化学ポテンシャルはクォーク数に対するというよりも、むしろアイソスピン数に対応するものである。有限クォーク数化学ポテンシャルに対する計算をするには、得られた結果を再重み法で足し上げる必要がある。さらにその結果の零極限をとる事によって、低温・高クォーク密度の情報を得る事ができる。これらは今後の課題である。

## 謝辞

本報告は管野淳平氏と開田丈寛氏との共同研究に基づいています。両氏の協力に謝意を表します。また、様々な助言・助力をいただいた中村純氏、三角樹弘氏、伊藤悦子氏、八尋正信氏、柏浩司氏、高橋純一氏、石井優大氏、宮原昌久氏に感謝いたします。大阪大学サイバーメディアセンターと大阪大学核物理研究センターからは計算時間のサポートをいただきました。ここに謝意を表します。また、この研究

は、科研費(基盤研究 C (No. 17K05446)) のサポートも受けております。ここに謝意を表します。

## 参考文献

- (1) T. Iritani, E. Itou, T. Misumi, JHEP11, 159 (2015).
- (2) 青木慎也, 格子上の場の理論, シュプリンガー現代理論物理学シリーズ第 3 巻, シュプリンガー・フェアラー東京, 2005 年.
- (3) T. Hirakida, H. Kouno, J. Takahashi and M. Yahiro, Phys. Rev. D94, 014011 (2016).
- (4) H. Kouno, Y. Sakai, T. Makiyama, K. Tokunaga, T. Sasaki and M. Yahiro, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.39, 085010 (2012).
- (5) Y. Sakai, H. Kouno, T. Sasaki, and M. Yahiro, Phys. Lett. B718, 130 (2012).
- (6) H. Kouno, T. Misumi, K. Kashiwa, T. Makiyama, T. Sasaki and M. Yahiro, Phys. Rev. D88, 016002 (2013)
- (7) H. Kouno, T. Makiyama, T. Sasaki, Y. Sakai, and M. Yahiro, J. Phys.G: Nucl. Part. Phys.40, 095003 (2013)
- (8) H. Kouno, K. Kashiwa, J. Takahashi, T. Misumi, and M. Yahiro, Phys. Rev. D93, 056009 (2016)
- (9) T. Hirakida, J. Sugano, H. Kouno, J. Takahashi, and M. Yahiro, Phys. Rev. D 96, 074031 (2017)
- (10) J. Takahashi, H. Kouno and M. Yahiro, Phys. Rev. D 91, 014501 (2015)
- (11) S. Choe, A. Nakamura, C. Nonaka and S. Muroya, Soryushiron Kenkyu (in Japanese), vol. 108 no.1, 1 (2003)
- (12) Y. Iwasaki, Nucl. Phys. B258, 141 (1985)
- (13) Y. Aoki, G. Endrödi, Z. Fodor, S. D. Katz, and K. K. Szabó, Nature (London) 443, 675 (2006)
- (14) 河野宏明、開田丈寛、管野淳平、“Z3 対称性のある格子 QCD 計算と現象論模型”、第 124 回日本物理学会九州支部例会、2018 年 12 月 8 日、大分大学
- (15) 河野宏明、開田丈寛、管野淳平、“Z3 対称性と格子 QCD 計算”、日本物理学会第 74 回年次大会、2019 年 3 月 15 日、九州大学