

有限温度・有限密度 2 カラーQCD の相図と超流動性の解明

伊藤 悦子

慶應義塾大学 自然科学研究センター/大阪大学 核物理研究センター/高知大学 理工学部

1. はじめに

核力などの強い力が支配的な系のミクロな振る舞いを記述する量子色力学(QCD)は、第一原理計算である格子シミュレーションによる数値的研究により、現実のハドロン質量の再現[文献 1]や、有限温度相転移の定性的・定量的振る舞いの解明[文献 2]において成功をおさめてきた。この格子理論の手法は、知られている唯一の非摂動的かつゲージ不変な定式化であり、理論的研究と実験結果の強い架け橋ともなっている。

しかしながら、これらの成功は、物質が存在することによる有限密度効果を無視できる場合に限定されている。有限密度下における QCD の振る舞いは、中性子星や加速器実験における現実の物理系として存在しているにも関わらず、理論的な理解はもとより、現象論的にも未だよく分かっていない。その主な理由は、上記の第一原理計算である格子シミュレーションには、有限密度にすると「符号問題」という本質的な困難があり、未だに完全な定式がないためである。

我々の研究の目標は、現実の QCD を記述する SU(3)ゲージ理論のトイ模型である「SU(2)ゲージ理論(2 カラーQCD)の有限温度・有限密度系」を格子シミュレーションで調べ、その相図の決定、さらには各相における系の性質を解明し、現実の有限温度・有限密度 QCD に対する知見を得る事である。

SU(2)ゲージ理論は、紫外領域では漸近的自由性があり、また(密度効果を無視した際の)低エネルギー領域では閉じ込めやカイラル対称性の自発的破れという非摂動的な性質を持つ。これは現実の QCD と同じである。一方で、有限密度 2 カラーQCD 理論は、前述の「符号問題」がないため、格子計算が実現可

能である。

これまでに、有効模型を用いた研究と、我々のグループの研究を含む第一原理計算による研究から下図 1 の様な相図が描けるとわかってきた。

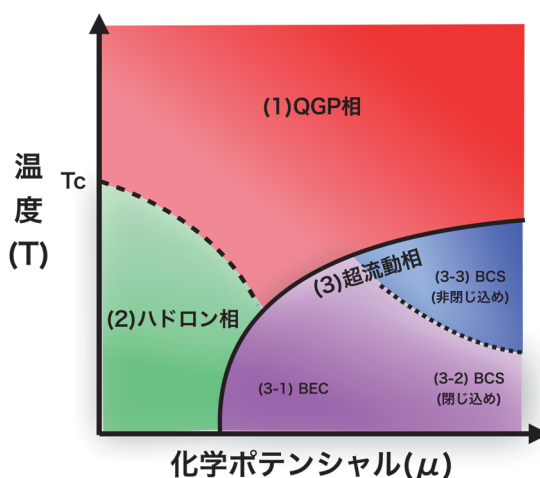


図 1:有限温度・密度 2 カラーQCD の相構造予想図

ここで、各相の性質は、

(1) クォーク・グルオン・プラズマ(QGP)相

閉じ込めなし、カイラル対称性が回復し、ダイクォーク凝縮もなし

(2) ハドロン相

閉じ込めあり、カイラル対称性の自発的破れ、ダイクォーク凝縮なし

(3) 超流動相

ダイクォーク凝縮あり

(3-1) ボーズアインシュタイン凝縮(BEC)相

(3-2) BCS 相(閉じ込め, フェルミ面の出現)

(3-3) BCS 相(非閉じ込め, フェルミ面の出現)

で特徴づけられると考えられている。

しかしながら

●QCD 型理論における「超流動相」の決定的な証拠があるか？

●特に低温高密度下でのトポロジなど非摂動論的な性質はどうなっているか？

という点が未だに不明であり、第一原理計算である格子計算の結果が待たれている状況である。

これまでに、SU(2)ゲージ理論に対する数値計算による研究として、スタッガードフェルミオンを用いた4フレーバーに関する研究[文献3]や、2フレーバーに関してWilsonフェルミオンを用いた研究[文献4,5]、スタッガードフェルミオンを用いた研究[文献6]も行われた。しかし、特に低温・高密度領域についての研究は乏しく、文献によって「非閉じ込めのBCS相」が存在するか否かで結論が分かれるなど、定性的な理解すら未だ得られていない。

2. 符号問題とシミュレーションの不安定性問題

前述のように、ゼロ化学ポテンシャルではQCD (SU(3)ゲージ理論) と類似の非摂動論的性質を持つ、SU(2)ゲージ理論では基本表現が擬実になるために符号問題がなく、第一原理計算が可能である。一方で、符号問題のないSU(2)ゲージ理論においても、低温高密度領域の第一原理計算は困難であることが知られている[文献3,4]。その理由は、フェルミオンの化学ポテンシャル(μ)が最も軽いハドロンの質量(m_{PS})の半分以上を超えると、ダイナミカルにフェルミオン-反フェルミオンの対生成・対消滅が激しく起こり、シミュレーションが不安定になる事にある。また、超流動性を特徴付ける「ダイクォーク凝縮」がダイナミカルに生成されることとも関連する。

3. 低温高密度領域でのシミュレーションの実行可能性

今回の研究では、連続極限に近くなるように改良された「岩崎ゲージ作用」と、「ウィルソン格子フェルミオン」を用いた格子作用を用いてシミュレーションを実行した。さらに、高密度領域のシミュレーションの不安定性を回避するため、作用に「ダイクォーク源」の項を導入した。これは[文献3,5]で提案された方法であり、我々は独自にウィルソンフェル

ミオンに対してこの項を取り入れた(ラショナル)ハイブリッドモンテカルロ法のコードを構築した。そして、昨年(2017)度までに、ダイクォーク源を導入した我々の計算手法が、実際に低温高密度領域まで実行可能であることを確認した。

4. 相図の決定とトポロジ

今年度は、まず、くり込んだハドロンの質量の比(m_{PS}/m_V)が一定となる格子上の質量パラメータ(κ)を様々な β に対して決定し、その上でゼロ化学ポテンシャルの時のカイラル相転移温度(T_c)の決定、グラディエントフロー法による格子パラメータ(β)と格子間隔の関係式の決定を行った。それを用いて、 $T=0.43T_c$ (約90MeV)の超低温において、有限密度領域でどのように相が変わって行くかを調べた。

各相の決定には、

- 閉じ込めの秩序変数である「ポリヤコフループ」
- 超流動性の秩序変数である「ダイクォーク凝縮」
- フェルミ面の出現を測る「クォーク数密度」

の3つの物理量を主に測定した。

4.1 相図の決定

$T=0.43T_c(\beta=0.8, \kappa=0.1590, N_s=N_t=16)$ における、ポリヤコフループとダイクォーク凝縮の結果を図2に示す。

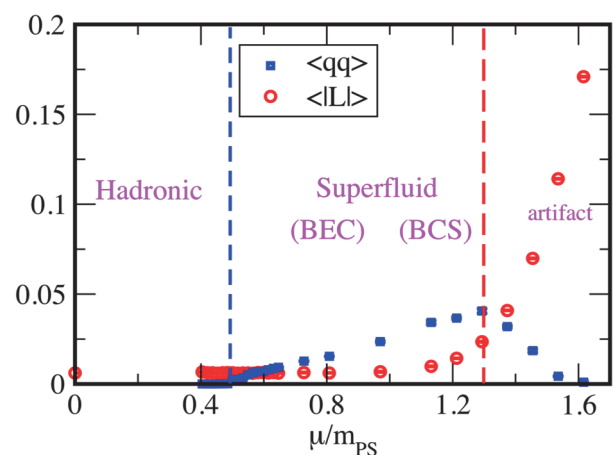


図 2: $T=0.43T_c$ におけるポリヤコフループ(赤)とダイクォーク凝縮(青)の化学ポテンシャル依存性

まず、ダイクォーク凝縮(青)に注目すると、計算不安定性が現れる $\mu/m_{\text{PS}} \sim 0.5$ 付近からダイクォーク凝縮の真空期待値がノンゼロとなり、超流動性が現れることがわかった。この臨界点付近のスケーリング則を調べたところ、カイラル摂動論のリーディングオーダーの値(~ 0.5)と無矛盾であることもわかった。

次に、ポリヤコフープ (赤) は、非常に高密度領域になるとその値がノンゼロとなり、一見「非閉じ込め」となる事がわかった。この時のポリヤコフープの感受率を調べると $\mu/m_{\text{PS}} = 1.45$ 付近でピークを持つ。しかしながら一方で、ダイクォーク凝縮の値は、それより低密度領域である $\mu/m_{\text{PS}} = 1.29$ 付近でピークを持ち、より高密度領域では値が小さくなる。このダイクォーク凝縮の振る舞いは格子単位で記述した化学ポテンシャルが格子間隔と同じくらいになる($a\mu \sim 1$)と、クォークのプロパゲータの中で化学ポテンシャル項が支配的になりクエンチ近似した場合と同じような状況になることによるアーティファクトと考えられる。

この振る舞いは、これまでにスタッガードフェルミオンを用いた文献[3,6]には見られたが、我々と同じウィルソンフェルミオンを用いた文献[5]には見られなかった。我々の研究では、ダイクォーク凝縮を測定する際に、「ダイクォーク凝縮源に関する再重みづけ法」を新たに導入することで、相図を得るのに必要なダイクォーク凝縮源パラメータの外挿を精密にとることができ、この結果を得た。

次に、超流動相の中で、「平均的なクォーク間距離が系の相関長より長い BEC 相」と「フェルミ面が形成されている BCS 相」の 2 種類があるかを調べた。フェルミ面が形成されると、クォーク数密度(n_q)がほぼツリーレベルのプロパゲータから計算できる値(n_q^{tree})に一致すると考えられる。ツリーレベルの値で規格化したクォーク数密度演算子の期待値を図 3 に示す。

密度を上げていくと、超流動性が現れる μ

$/m_{\text{PS}} \sim 0.5$ でクォーク数密度はノンゼロになり始め、 $\mu/m_{\text{PS}} \sim 0.73$ 付近でツリーレベルの値と一致し、BCS 的描像が良いことがわかる。以上をまとめると $T=0.43T_c$ では、

$0 < \mu/m_{\text{PS}} < 0.50$ でハドロン相

$0.50 < \mu/m_{\text{PS}} < 0.73$ で BEC 相

$0.73 < \mu/m_{\text{PS}} < 1.29$ で BCS 相(閉じ込め)

$1.29 < \mu/m_{\text{PS}}$ でアーティファクト相が現れることがわかった。

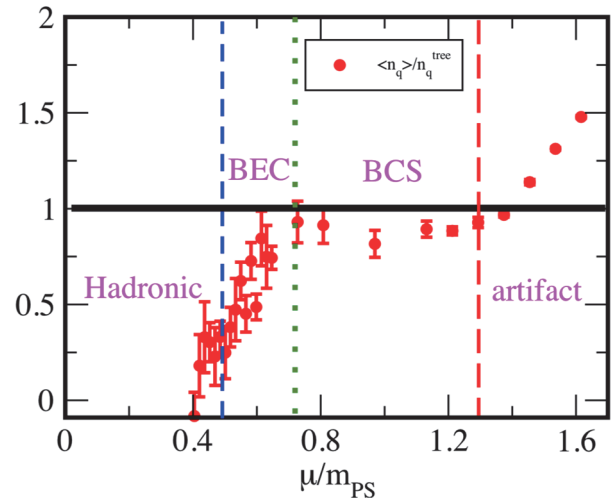


図 3: $T=0.43T_c$ におけるクォーク数密度の化学ポテンシャル依存性と対応する相

4.2 トポロジーの温度・密度依存性

次に、この $T=0.43T_c$ における各相のトポロジカル感受率を調べた。図 2 にも示したポリヤコフープの値とトポロジカル感受率の結果を図 4 に示す。

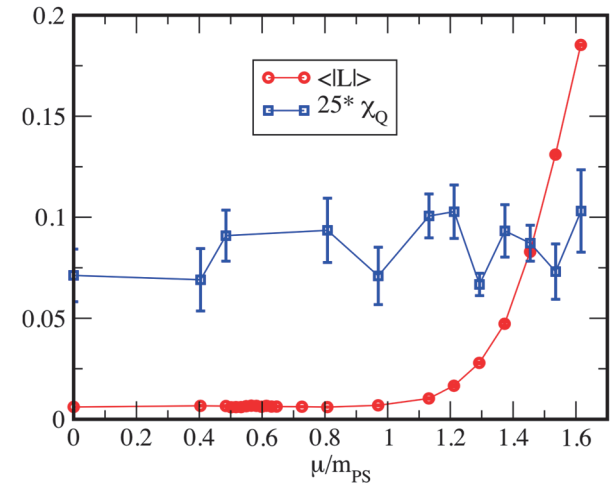


図 4: $T=0.43T_c$ でのポリヤコフープ(赤)とトポロジカル感受率(青)の密度依存性

この図から、トポロジカル感受率はハドロン・BEC・BCS のいずれの相でも誤差の範囲ではほぼ一定であることがわかる。一方でこれまでの先行研究では、ポリヤコフループの値が大きくなる高密度領域では、感受率が小さくなるという結果が得られていた。我々は、これは温度に依存するのではないかと考え、 $T=0.87T_c$ ($\beta=0.8, \kappa=0.1590, N_s=32, N_t=8$) でも同じことを調べた。その結果が図 5 である。これは先行研究の結果と定性的に一致する。

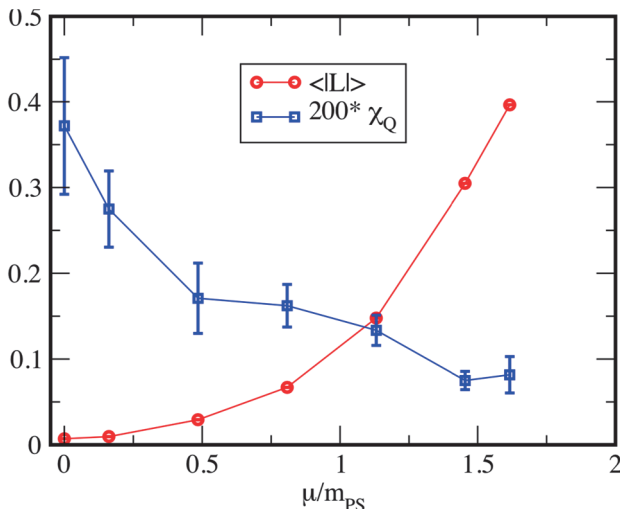


図 5: $T=0.87T_c$ でのポリヤコフループ(赤)とトポロジカル感受率(青)の密度依存性

この $T=0.87T_c$ で有限温度領域の相構造を調べると、超流動性の秩序変数であるダイクォーク凝縮がどの密度領域でもゼロとなり、この温度の高密度領域では、ハドロン相から QGP 相へ転移していることがわかった。

つまり、トポロジカル感受率の密度依存性は、たとえ T_c より低い温度であっても、その密度領域に現れる相構造に強く依存しているという知見を得た。

5. まとめ

有限密度 QCD で最も困難とされる「高密度領域」の定性的な理解を得るため、符号問題のない $SU(2)_2$ フレーバー理論に注目し、さらに高密度領域まで第一原理計算を可能とするために、ダイクォーク源を導入する手法を用いて第一原理計算を行った。

特に 2018 年度は、低温有限密度領域における相構

造とトポロジーの振る舞いに注目し、「 $T=0.43T_c$ という超低温領域では高密度領域には非閉じ込めの超流動相が現れないこと」「低温高密度領域のトポロジカル感受率の振る舞いは T_c より低温でも、さらに温度によって定性的な振る舞いが変わること」の大きく 2 点の新しい知見を得た。

本研究は、高知大学飯田圭氏、石黒克也氏、李東奎氏との共同研究に基づく。

2017 年度に、若手・女性研究者支援萌芽枠に採用していただき、2018 年度は、引き続きサイバーメディアセンター(CMC)の公募型利用制度ならびに学際大規模情報基盤共同利用・共同研究拠点公募型共同研究(JHPCN)にも採択され、研究を行った。また、CMC の公募型支援枠だけではなく、RCNP による無償サポートによって、CMC の計算資源を利用した。RCNP ならびに核物理コミュニティのサポートにも感謝します。

最後に、本研究を遂行するにあたって、グラディエントフローのコードは、CMC の GPU チェレンジの制度を利用し、非常に高速化されたコードの提供をいただいた。また、日頃からシステムの運営を支えてくださっている方々（寺前さん、勝浦さん）には、いつも迅速かつきめ細かいサポートを頂いており深く感謝致します。

参考文献

- (1) S.Durr et al., Science 322:1224-1227,2008
- (2) Y. Aoki et al., Nature **443** 675 (2006)
- (3) J.B.Kogut et al., Nucl.Phys. **B642** (2002) 181-209
- (4) S.Muroya et al., Phys.Lett. **B551** (2003) 305-310
- (5) S.Hands et al., Eur.Phys.J. C48 (2006) 193
- (6) V.V.Braguta et al., Phys.Rev.D **94** (2016) no.11, 114510