

# 圧力変動に伴う運動量の乱流輸送過程に及ぼす成層の影響評価と 海洋乱流混合層スキームの改良

牛島 悠介

京都大学 大学院理学研究科 地球惑星科学専攻

(現：気象業務支援センター 研究推進部 第一研究推進室)

## 1. はじめに

海洋の表層では、風や熱に起因する数百 m 以下の規模の乱流が発生し、混合が生じている。海洋表層の流速や水温の鉛直分布はこの乱流混合により決められる。海洋表層の流速は、生態系への影響故に近年問題視されているマイクロプラスチックの輸送過程に影響を与えることが知られており[1]、一方海洋表層の水温、または海面水温は台風などの大気現象やエルニーニョ現象など気候変動に大きな役割を果たすことが知られている[2]。このような海洋中の物質輸送過程や、気象・気候に与える海洋変動を大洋規模あるいは全球規模で診断・予測するためには、海洋大循環モデルと呼ばれる数値モデルが用いられる。この海洋大循環モデルの解像度は10km以上であり、直接的に乱流を再現することはできない。そのため、乱流による鉛直混合をパラメタリゼーションして表現する乱流混合スキームが海洋大循環モデルに組み込まれている。しかしながら、現状の乱流混合スキームは再現性が不十分であり[3,4]、海洋大循環モデルの再現精度低下の主因であると考えられている。そのため、乱流混合スキームの精度の向上が急務である。

乱流混合スキームでは運動量や熱の鉛直輸送（フラックス）がパラメタリゼーション表現される。例えば、運動量フラックス $\overline{uw}$  ( $u, w$  はそれぞれ乱流速度の水平、鉛直成分、上付きバーは平均操作を示す)の時間変化は、大循環モデルが再現しうる平均流 $U$ （水平成分）と浮力加速度の乱流変動成分 $b$ を用いて

$$\frac{\partial \overline{uw}}{\partial t} = \Pi_{31} + T_{31} - 2\overline{uw} \frac{\partial U}{\partial z} + \overline{ub}$$

と表せる。ここで、

$$\Pi_{31} \equiv \overline{\frac{p}{\rho} \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)}$$

$$T_{31} \equiv - \frac{\partial}{\partial z} \left( \overline{u^2 w} + \frac{\overline{pw}}{\rho_0} \right)$$

であり、 $p$ は圧力の乱流変動成分、 $\rho_0$ は基準密度である。 $\overline{uw}$ を求めるためには圧力相関項 $\Pi_{31}$ と輸送項 $T_{31}$ の値が必要であるが、 $\Pi_{31}$ や $T_{31}$ には $\overline{u^2 w}$ などの高次の項が含まれるため解けない。そのため、多くの乱流混合スキームでは、これらの圧力相関項 $\Pi_{ij}$ と輸送項 $T_{ij}$ を他のパラメータを用いて診断的に見積もっている[5,6]。しかしながら、これらの診断式の海洋中での妥当性の検証が十分になされていない。特に、圧力相関項 $\Pi_{ij}$ に関する研究の多くは[7]、航空工学や機械工学などへの応用を念頭になされており、海洋に特徴的な密度成層（浮力加速度の鉛直勾配）の影響を考慮しているものはほとんどない。また、海洋の乱流混合スキームで用いられている従来の圧力相関項の診断式による見積もりにおいても、成層の効果は十分には考慮されていない。我々は、このことが海洋乱流混合層スキームの再現精度を低下させている一因と考える。そこで、本研究では乱流を陽に解像するLarge-eddy Simulation (LES) を用いて、従来の圧力相関項の診断式の妥当性を検証し、さらに圧力相関項、そして乱流混合スキームの改善を行った。

## 2. 圧力相関項の診断式

圧力相関項 $\Pi_{ij}$ は

$$\Pi_{ij} \equiv \overline{\frac{p}{\rho} \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)} \quad (1)$$

で表される。ここで、 $x_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) は $(x, y, z)$ の各成分を示し、 $u_i$ は流速の $x_i$ 成分である。海洋の乱流混合スキームでは、圧力相関項の診断式 $\Pi_{ij}^d$ として、

$$\begin{aligned}
\Pi_{ij}^d = & -C_1 \varepsilon \left( \frac{\overline{u_i u_j}}{q^2} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \right) \\
& + C_2 q^2 \left( \frac{\partial U_j}{\partial x_i} + \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) \\
& - C_3 \left( \overline{u_i b} \delta_{3j} + \overline{u_j b} \delta_{3i} - \frac{2}{3} \overline{wb} \delta_{ij} \right) \\
& + C_4 \left( \frac{\overline{u_i w}}{u_k w} \frac{\partial U_j}{\partial z} + \frac{\overline{u_j w}}{u_k w} \frac{\partial U_i}{\partial z} - \frac{2}{3} \frac{\overline{u_k w}}{u_k w} \frac{\partial U_k}{\partial z} \delta_{ij} \right) \\
& + C_5 \left( \frac{\overline{u_i u_k}}{u_j u_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_j} + \frac{\overline{u_j u_k}}{u_j u_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\overline{u_k w}}{u_k w} \frac{\partial U_k}{\partial z} \delta_{ij} \right) \quad (2)
\end{aligned}$$

が用いられる [5,6]。 $\varepsilon$  は乱流運動エネルギー散逸率、 $q^2/2 (\equiv \overline{u_k u_k}/2)$  は乱流運動エネルギーである。各項の係数  $C_n$  は定数である。本研究では、LES で直接計算した  $\Pi_{ij}$  と LES の  $\varepsilon$ 、 $q^2/2$ 、 $\overline{u_i b}$ 、 $\overline{u_i u_j}$ 、 $U_i$  から見積もった診断式  $\Pi_{ij}^d$  を比較し、診断式  $\Pi_{ij}^d$  の妥当性を検証する。

### 3. 数値実験の設定

成層が圧力相関項に与える影響を評価し、圧力相関項の診断式の妥当性を検証するために、(1) 風有り-熱無し-成層無し実験、(2) 風有り-熱無し-成層有り実験、(3) 風有り-加熱-成層無し実験、(4) 風有り-冷却-成層有り実験、(5) 風無し-冷却-成層有り実験、の 5 通りの実験を行った。風有り実験の風による応力  $\tau$  を  $\tau = 0.1 \text{ N m}^{-2}$ 、成層有り実験の (成層の効果を表す) 浮力振動数  $N$  を  $N = 1.0 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ 、加熱実験と冷却実験の海面熱フラックスをそれぞれ、 $50 \text{ W m}^{-2}$  と  $-200 \text{ W m}^{-2}$  とした。地球自転の影響は考慮せず、コリオリ係数は 0 としている。空間的には二次の中央差分で差分化し、時間的には二次のルンゲクッタ法で 100 時間積分を行った。特に言及がない限り、(1) 風有り-熱無し-成層無し実験と (2) 風有り-熱無し-成層有り実験の結果を示す。

### 4. 数値実験結果の概要

ここでは (1) 風有り-熱無し-成層無し実験と (2) 風有り-熱無し-成層有り実験結果の概要を示す。図 1 は両実験で再現された平均流速  $U$  の時間変化を示している。両実験とも風により海面付近の流速が増加するだけでなく、発生した乱流により運動量が下方に輸送されている。成層の有無による違いを比べると、風有り-熱無し-成層無し実験では海面付近と同程度

の流速がモデル海洋の海底 (128 m) 付近にも見られる一方で、風有り-熱無し-成層有り実験では運動量が上層に集中しており、成層無し実験に比べて強い流速が海面付近に見られ、下層ではほとんど流速がゼロとなっている。図 2 は成層有り実験の 0、50 時間、100 時間後の水温の鉛直分布を示している。50 時間後、100 時間後において、上層ではほぼ鉛直一様な水温分布を、下層では初期と同じ水温分布を持ち、上層と下層の間に強い水温勾配 (成層) が存在している。流速が強い層は水温が鉛直一様な層とほぼ一致している。以上のように、成層によって乱流混合の強さが変わり、その結果流速場の鉛直構造も大きく変わる。

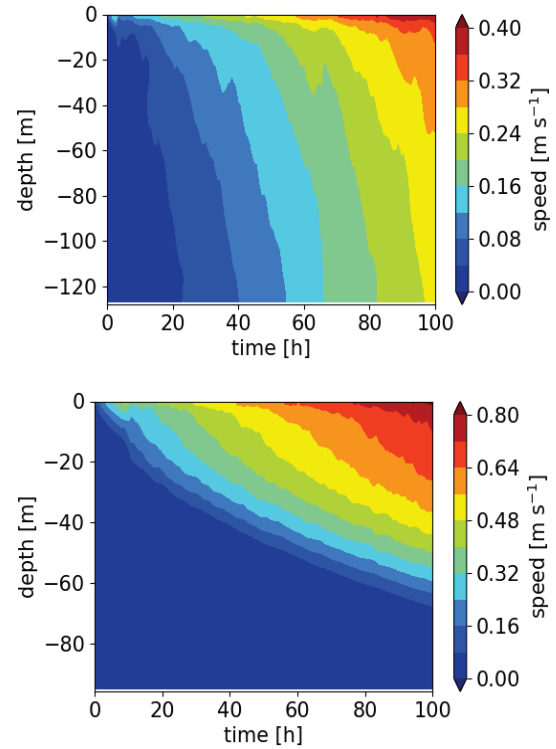


図 1: (上) 風有り-熱無し-成層無し実験と (下) 風有り-熱無し-成層有り実験の流速場の鉛直分布の時間変化

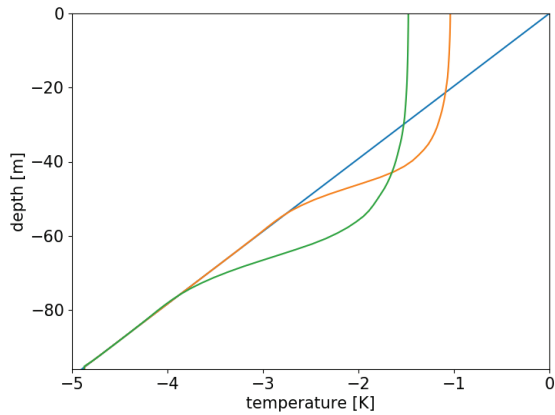


図 2 : (青) 初期、(橙) 50 時間後、(緑) 100 時間後の風有り-熱無し-成層有り実験の水温の鉛直分布

## 5. 圧力効果のパラメタリゼーションの検証と修正

### 5.1 従来のパラメタリゼーションの検証

図 3 は風強制実験と風強制-背景成層実験における LES で直接計算した圧力相関項 $\Pi_{ij}$ と海洋の代表的な乱流混合スキーム (Mellor-Yamada モデル[5]、Nakanishi-Niino モデル[6]) で用いられる圧力相関項の診断式 $\Pi_{ij}^d$ の鉛直分布を示している。ただし、 $\Pi_{ij}$ 、 $\Pi_{ij}^d$ は 80-100 時間の 20 時間の平均値である。風有り-熱無し-成層無し実験でも風有り-熱無し-成層有り実験でも Mellor-Yamada モデルと Nakanishi-Niino モデルの診断式は LES の圧力相関項を過大評価していることが分かる。その過大評価の原因はこれらのスキームで用いられる $C_n$ の値にあると考え、(1)-(5)の LES 実験のすべての結果から最小二乗法を用いて $C_n$ を評価しなおすと、 $C_1 = 2.1$ ,  $C_2 = -0.18$ ,  $C_3 = 0.31$ ,  $C_4 = 0.59$ ,  $C_5 = 0.19$ となった。しかし、これらの値を用いても風有り-熱無し-成層無し実験の LES の圧力相関項をわずかに過小評価し、風有り-熱無し-成層有り実験の (40-80m において) 圧力相関項を過大評価してしまう。

### 5.2 成層の効果の導入

そこで、 $C_n$ に成層の効果を導入する。先行研究[7]では乱流の成熟度の指標として、シアによる乱流生成率 $P_s \equiv -\overline{u_k w} \partial U_k / \partial z$ に対する乱流散逸率 $\varepsilon$ の比 $P_s^*(= P_s / \varepsilon)$ を導入し、 $C_n$ が $P_s^*$ に依存するとした。成

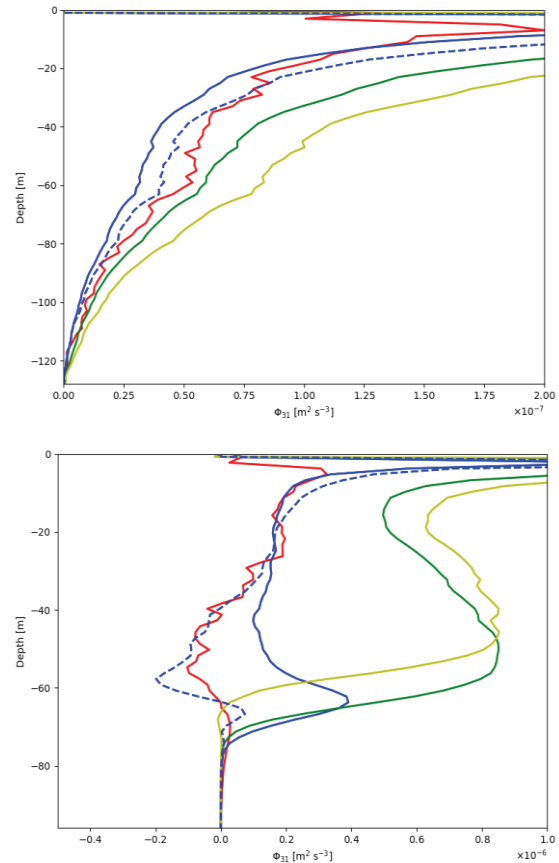


図 3 : (上) 風有り-熱無し-成層無し実験と (下) 風有り-熱無し-成層有り実験の $\Pi_{31}$ の鉛直分布。赤は LES で直接計算した $\Pi_{31}$  (式 1)、緑、黄がそれぞれ、Mellor-Yamada モデル、Nakanishi-Niino モデルで用いられている定数 $C_n$ を用いた診断式 (式 2)、青実線は $C_n$ を定数として、最小二乗法から求めた $C_n$ を用いた診断式 (式 2)、青破線は、 $C_n$ が $P_s^*$ と $P_b^*$ に依存するとして、最小二乗法から求めた $C_n$ を用いた診断式 (式 2)

層がある場合、浮力も乱流の成熟度に影響を与えるため、本研究では、 $P_s^*$ に加え、浮力による乱流生成率 $P_b \equiv \overline{wb}$ に対する乱流散逸率 $\varepsilon$ の比 $P_b^*(= P_b / \varepsilon)$ を導入する。最小二乗法を用いて係数 $C_n$ を求めると、 $C_1 = 2.1 + 0.49P_s^* + 2.2P_b^*$ ,  $C_2 = -0.11 - 0.044P_s^* + 0.077P_b^*$ ,  $C_3 = -0.059 + 0.33P_s^* + 0.13P_b^*$ ,  $C_4 = -0.047 + 0.59P_s^* + 0.33P_b^*$ ,  $C_5 = 0.33 + 0.12P_s^* - 0.092P_b^*$ となった。この $C_n$ を用いて見積もった診断式 $\Pi_{31}^d$ は LES で直接計算された圧力相関項 $\Pi_{31}$ をよく再現することが確認できた (図 3)。

## 6. 流速場の再現性の検証

修正した圧力相関項の診断式が海洋中の流速や水温の鉛直分布の再現性に与える影響を調べるため、Nakanishi-Niino モデルの圧力相関項の診断式を修正し、修正した乱流混合スキームで再現される流速の鉛直分布を LES の結果と比較する。乱流混合スキームで再現される流速場を得るため、乱流混合スキームを鉛直次元の数値モデルに組み込み、一次元の数値モデルの運動方程式

$$\frac{\partial U}{\partial t} = -\frac{\partial \overline{uw}}{\partial z}$$

を数値的に解く。(ここで、運動量フラックスは乱流混合スキームから求められる。) 図 4 は 100 時間後における LES の流速の鉛直分布と従来の乱流混合スキームから見積もられた流速の鉛直分布、修正した乱流混合スキームから見積もられた流速の鉛直分布を示している。修正した乱流混合スキームは、従来の乱流混合スキームよりも流速場の再現性が向上していることが確認され、本研究で提案した修正スキームの有効性が確認できた。

## 7. おわりに

従来の圧力相関項の診断的な見積もりでは成層下で実際の値を過大評価してしまう。従来の定式化に加え、成層の効果を導入することで、診断式の再現性が向上した。その修正した診断式を従来の乱流混合スキームに導入した結果、流速場の再現性が向上した。

## 参考文献

- (1) V. Onink et al., J. Geophys. Res.: Oceans, 124, 1474-1490 (2019)
- (2) M. Bender et al., J. Geophys. Res. 98, 23245-23263 (1993)
- (3) N. Furuishi et al., J. Oceanogr., 68, 285-294 (2012)
- (4) R. Robertson and P. Hartlipp, Geosci. Lett., 4, 24 (2017)
- (5) G. Mellor and T. Yamada, Rev. Geophys. Space Phys., 20, 851-875 (1982)
- (6) M. Nakanishi and H. Niino, J. Meteorol. Soc. Jpn., 87, 895-915 (2009)
- (7) C. Speziale et al., J. Fluid Mech., 227, 245-272, (1991)

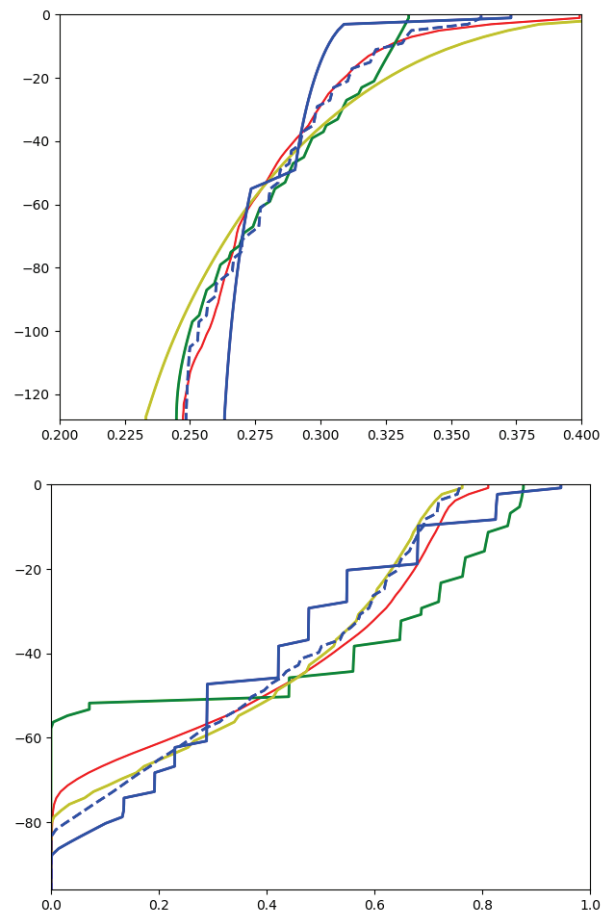


図 4: (上) 風有り-熱無し-成層無し実験と (下) 風有り-熱無し-成層有り実験の流速の鉛直分布。赤は LES の結果、緑、黄がそれぞれ、Mellor-Yamada モデル、Nakanishi-Niino モデルの結果、青実線は Nakanishi-Niino モデルの圧力相関項を最小二乗法で求めた定数  $C_n$  を用いた結果、青破線は Nakanishi-Niino モデルの圧力相関項を  $P_s^*$ ,  $P_b^*$  に依存する  $C_n$  を用いた結果を示している。