

Z3 対称な量子色力学における格子シミュレーション

河野 宏明

佐賀大学 理工学部 物理学部門

1. はじめに

物質を構成する陽子や中性子とその仲間のバリオンはクォークと呼ばれるより基本的な粒子が3つ結合してできており、中間子はクォークとその反粒子である反クォークが結合してできている。バリオンと中間子を総称してハドロンと呼ぶ。通常の状態では、クォークと反クォークはハドロンの中に閉じ込められており、単体で取り出す事はできない。これをクォークの閉じ込めという。クォークや反クォークの間には、グルーオンと呼ばれるゲージ粒子によって媒介される強い相互作用が働き、クォークや反クォークをハドロンから単体で取り出そうとしても、すぐに引き戻される。強い相互作用の電荷は色電荷とよばれ、光の3原色に例えて、赤、緑、青と呼ばれる3つの種類がある。電磁気力を媒介する光子は電荷を持っていないが、グルーオンは色電荷を持っている。クォーク同様、グルーオンも閉じ込められる。

しかし、高温や高密度の状態では、ハドロンが溶けたり、つぶれたりして、クォークやグルーオンがハドロンから解放され、これらが多数密集した状態を形成するようになると考えられている。そのような状態はクォーク・グルーオン・プラズマ(QGP)あるいはクォーク物質などと呼ばれている。強い相互作用を記述する基本理論は量子色力学(QCD)である。計算機上に作成した格子4次元空間において、QCDに基づいた統計力学的なシミュレーションを行う事で、高温においてはQGPが出現することが示された。このような計算を格子QCDという。また、高エネルギーの原子核衝突実験において、QGPが生成されていると考えられている。QGPの生成は、クォークの非閉じ込め状態の存在を示唆する。格子QCDの計算によって、クォークの閉じ込め・非閉じ込めの転移は非連続的な相転移ではなく、クロスオーバー

であることがわかっている [1]。

一方、クォーク数と反クォーク数がアンバランスな高クォーク密度状態、すなわちクォーク化学ポテンシャルの大きな状態においては、符号問題とよばれる問題のため、格子QCDのシミュレーションを行う事が困難である。クォークと反クォークのアンバランスのために、格子QCDの計算の途中に現れる有効作用が複素数になってしまい、確率解釈に基づいたモンテカルロシミュレーションなどが実行できなくなるのである。符号問題については様々な解決方法が提案されているが、現在に至るも十分な解決はなされていない。

クォークの対生成・対消滅の効果を無視した極限においては、クォークの閉じ込め・非閉じ込めという状態は、QCDのゲージ対称性であるSU(3)群の中心群であるZ3群によって分類できる事がわかっている。すなわち、Z3対称性が保たれている状態が閉じ込めであり、それが自発的に破れている状態が非閉じ込めである。グルーオン場の時間成分から構成されるポリヤコフループはZ3変換において不変でないため、これがZ3対称性の秩序変数になる。ポリヤコフループが期待値を持たないとZ3対称性が保たれてクォークが閉じ込められ、期待値を持つとZ3対称性が自発的に破れてクォークは非閉じ込め状態になる。実際、ポリヤコフループの期待値が零だと単一クォークの自由エネルギーが無限大になり、有限値だと単一クォークの自由エネルギーが有限になる事が示されている。

本来のQCDでは、クォーク・反クォークの対生成の効果があるため、Z3対称性が最初から破れてしまい、この対称性でクォークの閉じ込め状態と非閉じ込め状態を厳密に区別する事はできなくなり、両相の間の転移はクロスオーバーとなる [1]。ところが、3フレーバー対称なQCDにおいて、クォーク化学ポ

テンシャル μ に、フレーバー(u,d,s)依存性のある虚数化学ポテンシャルを

$$\mu_u = \mu + i2\pi/3T$$

$$\mu_d = \mu - i2\pi/3T$$

$$\mu_s = \mu$$

の形で付加する事で、Z3 対称性が回復する事が示された [2]。ただし、 T は温度である。ここでは、このような QCD を Z3-QCD と呼ぶ事にする。Z3-QCD には以下の 2 つの特徴が期待される。

(1) 虚数化学ポテンシャルは、時間方向の境界条件と同等なため、Z3-QCD は零温度極限では本来の QCD と一致する。

(2) Z3-QCD では、格子シミュレーションの途中に現れる有効作用が実となる配位が増えるため、符号問題が弱くなる [3]。

このため、Z3-QCD を利用する事で、零温度極限において、符号問題を回避して格子 QCD の計算が遂行できる可能性がある。そのような可能性を探るのが本研究の目的である。

2. 位相クエンチ近似とアイソスピン化学ポテンシャル

Z3-QCD の零化学ポテンシャルでの計算は行われており、現象論模型で平均場近似を用いて予測された結果と整合的な結果が得られている [4]。また、QCD の有効模型である Potts 模型を Z3 対称化した Z3-Potts 模型での有限化学ポテンシャルのもとでのシミュレーションも行われており、この場合は符号問題がない事が示されている [5]。さらに、QCD により近い有効模型である有効ポリヤコフープ (ライン) 模型では、符号問題は存在するがかなり弱くなる事が示されている [6]。

有効ポリヤコフープ模型や QCD では、符号問題が存在するため再重み法などの計算方法を使用する必要がある。ここでは、一番シンプルな位相クエンチ近似を考えてみる。格子 QCD においては大正

準分布の分配関数 Z を以下のような経路積分表示に書き変えて計算するのが普通である。

$$Z = \int Dq D\bar{q} DU \exp(-S_g - \bar{q}Mq)$$

ここで、 q はクォーク場、 U はグルーオン場であり、 S_g はグルーオン場のみを含む作用であり、 M はクォーク場に関するフェルミオンの行列である。クォーク場 (およびその共役) の積分は実行できて、

$$Z = \int DU \det[M] \exp(-S_g)$$

となる。ところが、有限な化学ポテンシャルが存在すると、 $\det[M]$ が実数にならなくなるばかりかその実部が負になる場合があるので、大正準分配関数の被積分関数を確率密度関数として解釈できなくなり、モンテカルロ等の計算ができなくなる。これが符号問題である。そこで、行列式の部分を

$$\det[M] = |\det[M]| \exp(i\Phi)$$

と絶対値と位相 Φ を含む部分に分け、 $|\det[M]| \exp(-S_g)$ を近似的な確立密度関数として取り扱うのが位相クエンチ近似である。物理量 O の本来の期待値は、以下の再重み法で計算される。

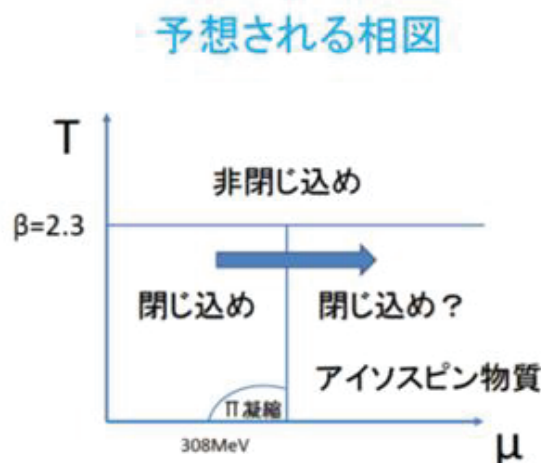
$$\langle O \rangle = \langle O \exp(i\Phi) \rangle / \langle \exp(i\Phi) \rangle$$

ただし、ダッシュ付きの期待値は近似的な確率密度関数を使って計算した期待値である。先の式の右辺の分母を位相因子と呼ぶが、この因子の絶対値が小さな値になると物理量の期待値の誤差が大きくなってしまう。位相因子の最大値は 1 である。位相因子が 1 に近いと符号問題が弱く、その絶対値が小さいと符号問題が強い。Z3 対称な有効ポリヤコフープ模型では、この位相因子が小さな領域がごく狭い領域に限られる事が示されている [6]。

格子 QCD では、有限化学ポテンシャルがない場合でも奇数フレーバーの場合は計算が複雑になる。そこで、2 フレーバーの計算が行われる事が多い [7]。2 フレーバーの場合は、位相クエンチ近似をすると、クォーク化学ポテンシャルはアイソスピン化学ポテンシャルと同じ形になってしまう事が知られており、低温においては人工的な“パイオン凝縮”が発生して計算が難しくなる事が知られている。

ここでは、奇数フレーバー特有の計算の複雑化をさけるため、6 フレーバーの QCD を考え、それを Z3

対称化し、クォークの自由度に 1/3 の因子をかける事で、零温度極限で 2 フレーバーの QCD に近づく模型を考える。そして、(再重み法を用いる以前の) 純粋な位相クエンチ近似でどのような相図が得られるかを調べる。零化学ポテンシャルでの格子 QCD 計算、有効模型での計算等から予想される相図は以下のようなものである。高温では非閉じ込めが実現している。低温では化学ポテンシャルが小さいと真空に近い状態であり、大きくなるとアイソスピン物質が形成される。



低温で中間密度のところにパイオン凝縮的な相が予想される。この相があると、計算が難しくなるだけでなく、本来のクォーク化学ポテンシャルの場合を再重み法で計算する際、位相クエンチ近似の確立密度関数が本来のそれと大きく異なることになり、位相因子が小さくなって正しい答えが得られない。しかし、中間温度の領域にパイオン凝縮がないがそれ以外は低温の部分とよく似た性質を持つ“窓”が存在する可能性がある。このような“窓”があれば、その部分の配位を使って、本来のクォーク化学ポテンシャルがある場合の低温領域の再重み法の計算が可能になる可能性がある。そこで、今回の計算では予測図の矢印の部分に重点を置いて解析を行った。

3. 格子 QCD 計算の設定と計算の実行

格子 QCD 計算のプログラムおよびセッティングは以下の通りである。(専門用語等については、参考文献[7]、[8]等を参照の事。) 使用したプログラムは、中村純氏らのグループが開発した Lattice Tool Kit [9]

を、Z3-QCD に改造したものである。グルーオンの作用としては Iwasaki improved action [10]を、クォークの作用としては 2 フレーバーの Wilson fermion を使用している。ゲージ場の配位生成は、ハイブリッドモンテカルロ法を用いている。格子の大きさは、空間方向が 8 であり、時間方向が 4 である。計算に使用した大型計算機は、大阪大学サイバーメディアセンター(CMC)の SX-ACE である。

物理的な可変パラメータとしては、化学ポテンシャル以外では、温度に対応する β の異なるいくつかの値を使用した。ここでは中間温度に対応する $\beta=1.5$ の結果を示す。これは温度にすると $T=0.76T_{pc}$ 程度である。ただし、 T_{pc} は通常の 2 フレーバー QCD での零密度での擬臨界温度($\sim 170\text{MeV}$)である。

ゲージ配位は最大で 40,000 程度生成し、最初の 2 千程度を熱平衡達成までの過程として除いた。また、配位間の人口的な自己相関を避けるために 50 ごとに配位を採用して、物理量を計算した。計算した物理量は、ブラケット変数、ポリヤコフープおよびアイソスピン密度である。

4. 数値計算の結果

図 1 に $\beta=1.5$ におけるポリヤコフープ P の絶対値の μ 依存性を示す。通常の 2 フレーバー QCD が緑色で、Z3-QCD が赤色で示されている。通常の QCD の場合は、連続的にポリヤコフープが増加しており、この範囲では非連続的な転移は認められない。Z3-QCD ではポリヤコフープはほとんど変化せず小さなままであり、状態が閉じ込め相にとどまっている事を示唆する。

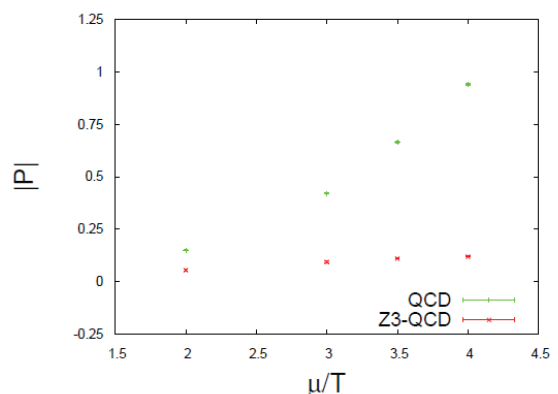


図 1: $\beta=1.5$ における $|P|$ の μ 依存性

図 2 は、 $\beta=1.5$ における（格子間隔の 3 乗で無次元化した）アイソスピン密度 n の μ 依存性である。図 1 と同様に、通常の QCD の場合は、アイソスピン密度は連続的な増加を見せているが、Z3-QCD では μ の大きなところで急激な増加が見られている。この急激な増加は“冷たい”アイソスピン物質の形成を示唆している。図 1 と図 2 の結果から、中間温度における Z3-QCD では、真空とほぼ同じ状態から、 μ の大きいところで閉じ込め相のまま“冷たい”アイソスピン物質が形成されている事が予測できる [11]。

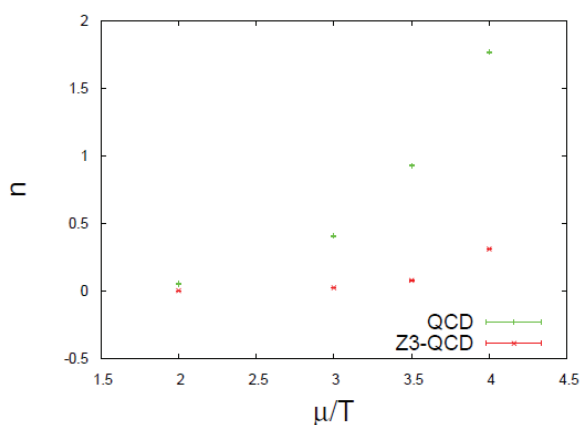


図 2 : $\beta=1.5$ における n の μ 依存性

5. まとめと今後の展望

この研究では、符号問題に対する解決策を模索するために、有限化学ポテンシャルのある場合の Z3 対称な格子 QCD シミュレーションを位相クエンチ近似のもとで行った。これはアイソスピン密度のある状態の計算と等価な計算になっている。Z3-QCD においては、中間温度において、ほとんど真空と同じような状態から“冷たい”アイソスピン物質が形成されているように思われる。この変化は低温かつクォーク数化学ポテンシャルのもとで冷たい核物質やクォーク物質が形成される現象とよく似ている。今後は、この領域の Z3-QCD による確立密度関数を低温の有限クォーク密度における QCD の近似的な確率密度関数として使用し、再重み法により計算を実行する方法を模索していきたい。

謝辞

著者は有用な助言や議論に対して、中村純氏、三角樹弘氏、伊藤悦子氏、八尋正信氏、柏浩司氏、高橋純一氏、石井優大氏、宮原昌久氏、菅野淳平氏、開田丈寛氏に感謝いたします。大阪大学サイバーメディアセンターと大阪大学核物理研究センターからは計算時間のサポートをいただきました。ここに謝意を表します。また、この研究は、科研費(基盤研究 C(No. 17K05446)および(No.20K03974)のサポートも受けております。ここに謝意を表します。

参考文献

- (1) Y. Aoki, G. Endrödi, Z. Fodor, S. D. Katz, and K. K. Szabó, *Nature (London)* 443, 675 (2006)
- (2) H. Kouno, Y. Sakai, T. Makiyama, K. Tokunaga, T. Sasaki and M. Yahiro, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* 39, 085010 (2012).
- (3) H. Kouno, K. Kashiwa, J. Takahashi, T. Misumi, and M. Yahiro, *Phys. Rev. D* 93, 056009 (2016)
- (4) T. Iritani, E. Itou, T. Misumi, *JHEP* 11, 159 (2015).
- (5) T. Hirakida, H. Kouno, J. Takahashi and M. Yahiro, *Phys. Rev. D* 94, 014011 (2016).
- (6) T. Hirakida, J. Sugano, H. Kouno, J. Takahashi, and M. Yahiro, *Phys. Rev. D* 96, 074031 (2017)
- (7) 青木慎也, 格子場の理論, シュプリンガー現代理論物理学シリーズ第 3 巻, シュプリンガー・フェアラーク東京, 2005 年.
- (8) J. Takahashi, H. Kouno and M. Yahiro, *Phys. Rev. D* 91, 014501 (2015)
- (9) S. Choe, A. Nakamura, C. Nonaka and S. Muroya, *Soryushiron Kenkyu (in Japanese)*, vol. 108 no.1, 1 (2003)
- (10) Y. Iwasaki, *Nucl. Phys. B* 258, 141 (1985)
- (11) 河野宏明、開田丈寛、高橋純、八尋正信 “有限アイソスピン密度がある場合の Z3 対称な格子 QCD 計算”、第 126 回日本物理学会九州支部例会、2020 年 12 月 5 日