

勾配流法を用いた $N_f=2+1$ QCD の エネルギー運動量テンソルの研究

谷口 裕介

筑波大学 計算科学研究センター

1. 研究の目的

宇宙論として広く受け入れられているビッグバンモデルによると、宇宙初期には高温高密度の状態が実現されており、そこでは通常ならば核子の中に閉じ込められているクォークとグルーオンが解放されて自由に飛び回るプラズマ状態が実現されていたと予想されている。高温でクォーク・グルーオンプラズマ(QGP)が実現されていることを確かめるために、重イオン衝突の実験が行われ、通常の原子核からプラズマ状態への相転移が起きていることを示すいくつかの証拠が得られている。QGPの存在に対して確証を深めつつある中、実験の興味の対象はQGPの満たすべき状態方程式の解明を始めとするプラズマの物性研究へと移りつつある。その中で注目すべき実験結果がブルックヘブン国立研究所のRHIC加速器によって得られた。その2005年の発表ではQGP中では粒子同士が強く相関しつつ集団運動を行っており、その性質は流体的であること、流体としては粘性係数が極めて小さく、ほぼ完全流体と見なしても矛盾がないことが報告された[1]。

この結果を受けて格子QCDを用いたQGPの粘性係数の数値計算の研究が活発化している。格子QCDではクォークとグルーオンの力学を記述する場の理論に基づく第一原理計算が可能であり、重イオン衝突実験と並んでQGP研究への貢献が期待されている分野である。しかし、現在の粘性係数の計算はクォークを含まないクエンチ近似に基づくものである[2]。これは格子QCDシミュレーションを用いてQGPの粘性係数を求める時に、主に二つの困難が存在するためである。

一つは格子上ではエネルギー運動量テンソルを保存カレントとしては定義できないという問題である。しかしこれは各演算子に対する繰り込み定数を

非摂動的に与えることで解決できる。そして、クォークを含まない時のエネルギー運動量テンソルの対角成分に限っては現実的な計算コストでこの繰り込み定数を与えることができるのである。ただし、粘性係数を引き出すために必要な相関関数はエネルギー運動量テンソルの非対角成分のものであり、ここでは格子上では存在しない回転対称性を仮定することで、これを対角成分からの寄与に置き換えていたという点で不完全な手法である。

二つ目の問題は格子上のユークリッド空間で計算したエネルギー運動量テンソル相関関数から粘性係数を引き出す時に発生する問題である。熱場の理論において粘性係数は相関関数のエネルギースペクトル関数から久保公式を用いることで引き出せるのであるが、虚時間方向を離散化した格子上の相関関数からは原理的には連続関数であるスペクトル関数を引き出すことができないことから来る問題である。この問題に対しては格子点の数を増やし、相関関数の情報精度を上げる以外に原理的な解決法は無く、その意味で計算コストを抑えるためにクォークを取り除いたクエンチ近似が好まれたのである。

2. 研究の特色

本研究ではこれらの問題の内、第一の非摂動的な繰り込みの問題を勾配流(gradient flow)の方法を用いることで根本的に解決することに特徴がある。勾配流の方法とは、理論に現れる全ての場に拡散方程式に従う仮想的な時間発展を課すことで場の量子揺らぎを弱める手法である[3]。

$$\partial_t A_\mu(t, x) = D_\nu G_{\nu\mu}(t, x), \quad (1)$$

ただし、 A_μ はグルーオン場を表し、 $G_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu -$

$\partial_\nu A_\mu + [A_\mu, A_\nu]$ は場の強さである。相互作用が無い時にはこれら 3 本の方程式は仮想時間 t に従って 4 次元時空中へ拡散して行く様子を表す拡散方程式となる。

近年、この仮想的な時間発展に繰り込み群の流れとしての意味がある事が判明し、格子上の非摂動的な繰り込みに応用するための手法が開発されてきた[4]。勾配流法による繰り込みはクォーク場を含む場合にも容易に適用でき、エネルギー運動量テンソルの全ての成分を繰り込む事ができる。この繰り込みにおける優位性を生かして、クォークを含む QCD のエネルギー運動量テンソルの相関関数を計算し、そこから QGP の粘性係数を引き出すことが本研究の最終目標である。特に、クォークを含む full QCD の数値シミュレーションを行う、エネルギー運動量テンソルの非対角成分の相関関数を直接計算する、という二点で世界初の研究となる。また、勾配流法を適用すると、一般に統計誤差が著しく下がり、数値精度が上がる事が知られている。この点から、スペクトル関数の導出に関して、数値精度の面で一定の改善が見込まれることを期待している。

3. これまでの発展

我々の研究グループではクォーク・グルーオン・プラズマの研究に関して、主に二つのテーマに取り組んでいる。

- a. エネルギー運動量テンソルの一点関数から導出されるエネルギー密度、圧力、エントロピー密度等の熱力学量を温度の関数として求めた状態方程式。
- b. エネルギー運動量テンソルの相関係数から導出される粘性係数等の輸送係数。

更にそれぞれのテーマに対しては計算コストの観点から次の二段階に分けて取り組んでいる。

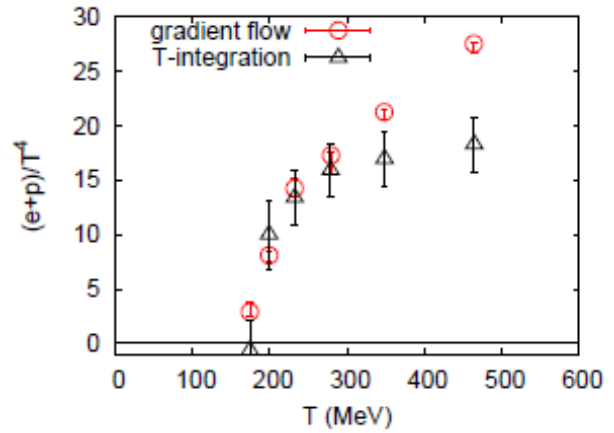


図1: 重いクォークにおけるエントロピー密度。横軸は温度。赤丸は今回新たにgradient flow法を用いて導出したものであり、黒三角は従来の方法による計算である。

1. コストを抑えるために up, down クォークの質量を現実のものよりも重くした計算を行い、手法のテストを行う。
2. up, down クォークの質量を現実に即した物理的な値においた計算を遂行する。

a.のテーマに関しては重いクォークを用いた 1.の計算を完了し、従来法との比較を行った[5]。図1は(無次元化した)エントロピー密度を温度の関数として描いた状態方程式である。ここで赤丸が gradient flow 法で非摂動的にくり込んだエネルギー運動量テンソルから直接求めた値である。黒三角は従来から使われていた積分法と呼ばれる手法を用いた結果である。この図からは格子間隔依存性が弱まる低温領域においては gradient flow 法を用いて導出したエントロピー密度は従来法で求めた値と一致していることが読み取れる。

この研究において我々はフレーバー対称性を尊重する目的でウィルソン型のクォークを採用したのであるが、このクォークではカイラル対称性に関連したカイラル凝縮等の計算が困難であった。しかし、今回 gradient flow による繰り込み法を採用したことで、この困難を回避することができるようになった。この利点を生かしてカイラル感受率の計算を行った(図2)。カイラル凝縮やカイラル感受率はカイラル

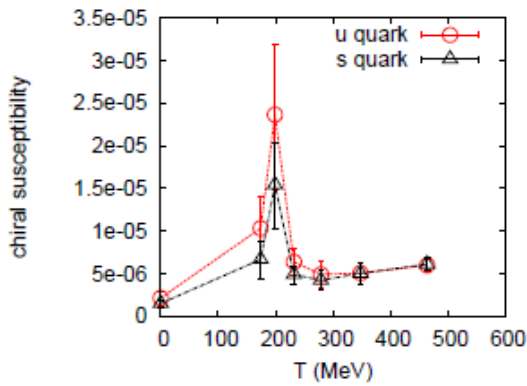


図 2: 温度の関数としてのカイラル感受率。赤丸は up クォーク、黒三角は strange クォークの感受率。

対称性の回復相転移を見るための重要なパラメータである。QCD のクォークにはカイラル対称性と呼ばれる重要な対称性があり、低温では自発的に破れていることが知られている。反対にクォーク・グルーオン・プラズマが実現されるような高温側ではこの対称性は回復している。この二つの相を分けるクロスオーバー相転移の温度はクォークの質量が重い場合には 200MeV 前後にあることが期待されている。その相転移はカイラル感受率のピークとして観測されるのであるが、図 2 に見られるようにその相転移温度が確かに 200MeV 前後であることが確認できた。

b. の輸送係数のテーマに関しては 1. の重いクォークを用いた研究に取り組んでいる。本プロジェクトではエネルギー運動量テンソルの相関関数の計算を行い、そこから粘性係数を引き出す取り組みを遂行した。

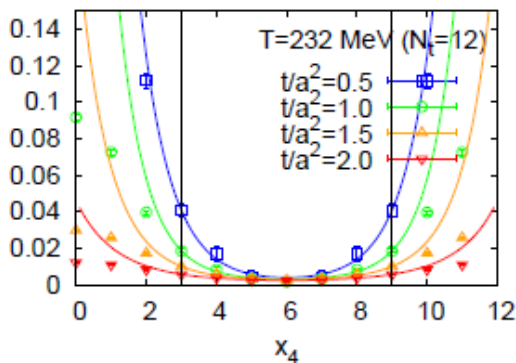


図3: 温度 $T=232$ MeV におけるエネルギー運動量テンソルの 2 点関数。横軸はユークリッド時間。

図 3 は温度 $T=232$ MeV におけるエネルギー運動量テンソルの 2 点関数 $\Sigma_{\vec{x}} \langle T_{12}(\vec{x}, x_4) T_{12}(0) \rangle$ をユークリッド時間の関数として描いたものである。Gradient flow の仮想時間を変化させた時の様子を色の違いとして書いている。flow 時間を大きくするに従って統計精度が急激に改善していることが見える。

粘性係数をはじめとする輸送係数はエネルギー運動量テンソルの実時間 2 点関数と関係付けられるものであり、図 3 の虚時間相関関数から直接求めることはできない。そのためスペクトル関数を仲立ちとして、虚時間相関関数を解析接続して、実時間相関関数に変換する必要がある。2018 年度の研究ではスペクトル関数の形をモデルからある程度仮定して、相関関数の fit からその形を決定した。図 3 の実線は Breit-Wigner 型のモデルを仮定したフィットである。図 4 は Breit-Wigner 型および hard thermal loop

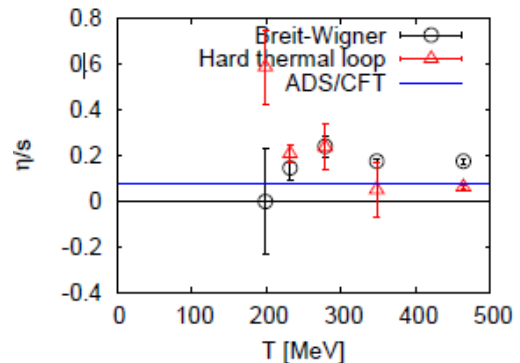


図4: 温度の関数としてのずり粘性係数とエントロピー密度の比。黒丸はBreit-Wignerモデルを仮定したfitから求めた値。赤三角はhard thermal loopモデルを仮定したfitから求めた値。青の実線はAdS/CFT対応から導出される値 $\eta/s = 1/4\pi$ 。

型のモデルを仮定したフィットから引き出されたずり粘性係数を温度の関数として描画したものである。相転移温度以上では実験のモデル fit から求まる $\eta/s \sim 0.12$ および AdS/CFT の予言である $\eta/s = 1/4\pi$ と近い値を得ることができている。

4. OCTOPUSによる研究の目標

今回大阪大学サイバーメディアセンターの学際大規模共同利用に応募して研究しようとしたのは、2.

の物理的なクォーク質量における、 a のエネルギー運動量テンソルの一点関数の測定である。物理的なクォーク質量における状態方程式を研究するにあたってまず第一に取り組むべきであったのは、全ての温度領域におけるゲージ配位の生成であった。物理的なクォーク質量を採用した場合、QCD は 150MeV 前後の温度でカイラル対称性の回復相転移を起こすことが知られていた。この課題については 2018 年度以前から取り組んでおり、 $157 < T < 548\text{MeV}$ の温度で配位生成を行ってきた。図 5 から見て取れるように $T > 157\text{MeV}$ においてはカイラル感受率のピークは観測できず、相転移よりも高い温度にいたることが判明していた。

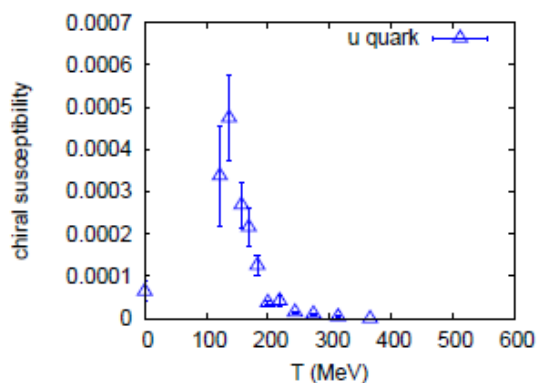


図 5: 物理的なクォーク質量における up クォークのカイラル感受率。横軸は温度。

2018 年度の目標として設定したのは相転移点の確認とその前後の温度におけるゲージ配位の生成である。特に $T = 137, 122\text{ MeV}$ における配位生成とカイラル感受率の測定を企画した。クォーク質量を物理的な値に設定するとクォークの Dirac 演算子に関する計算量が増大する。更に低温領域では格子体積が増加するため計算コストが膨大となる。これらの温度における配位生成コストは OCTOPUS のみでは賄えず、筑波大学学際共同利用 (Oakforest-PACS, COMA)、九州大学情報基盤研究開発センター (ITO) に同時に申請をおこない、研究を遂行した。その成果が図 5 に新たに加わった $T = 137, 122\text{ MeV}$ の二点である。グラフからは $T = 137\text{ MeV}$ にピークがあることが読み取れ、この前後に相転移点があることが明らかとなった。

またエネルギー運動量テンソル一点関数の測定も行い、図 6 の結果を得ている。

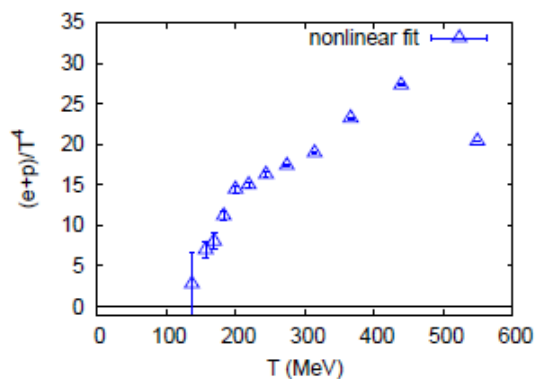


図 6: 物理的なクォーク質量における温度の関数としてのエントロピー密度。

5. 今後の展望

物理的なクォーク質量において温度 $T = 137, 122\text{ MeV}$ のゲージ配位生成を行い、カイラル相転移点について暫定的な結果を得ることができた。しかし、これらの二点については統計精度が十分ではなく、2019 年度の資源を用いて十分な数のゲージ配位生成を続けてゆく必要がある。更に相転移温度をより精度よく求めるために $T = 146\text{ MeV}$ における配位生成を開始している。

参考文献

- [1] Y. Akiba *et al.*, arXiv:1502.02730 [nucl-ex].
- [2] A. Nakamura and S. Sakai, Phys. Rev. Lett. **94**, 072305 (2005).
- [3] M. Lüscher, J. High Energy Phys. **1008**, 071 (2010), Erratum: [J. High Energy Phys. **1403**, 092 (2014)]. J. High Energy Phys. **1304**, 123 (2013).
- [4] H. Suzuki, Progr. Theor. Exp. Phys. **2013**, 083B03 (2013), Erratum: [Progr. Theor. Exp. Phys. **2015**, 079201 (2015)].
- [5] Y. Taniguchi *et al.*, Phys. Rev. D **96**, no.1, 014509 (2017).