

固体群と流体の三次元連成数値シミュレーションを用いた 混合粒径土砂流の力学機構の解明

山口 栄治

琉球大学 大学院理工学研究科 工学専攻 社会基盤デザインプログラム

1. はじめに

土石流の連続体モデル^{例えば 1)}は、多数の粒子の平均的な運動を推定するため、計算負荷を抑えることができる。このため、広域な計算領域となる現地の土石流の解析に適している。また、土石流は混合粒径の粒子群で構成され、大粒子は表層に、小粒子は底部に集積する鉛直分級が生じる。粒子径で流動のしやすさは変わるため、精度の高い連続体モデルを構築するためには、分級の推定モデルの確立が必要である。

ここで、分級とは広域的に別の場所で似た粒径が集団化して分布する、ある状態を表す。本研究では、その状態に向かう粒子の運動を分級運動とよぶ。すなわち分級は、分級運動の時間積分値として現れる現象である。そのため、分級のモデル化にはまず分級運動を分析する必要がある。しかし、水理実験では、分級運動の詳細な計測が困難であり、分級モデルの妥当性の検証に課題がある。

数値解析を用いた分級現象の分析も進められている。固液混相流の解析手法に、粒子の運動をラグランジュ的に、周囲流体を粒子よりも小さな計算格子で解く連成解析法がある^{例えば 2)、3)}（以降この様な解析法を Interface-Resolved Simulation : IRS とよぶ）。IRS では、抗力係数などの曖昧な定数を用いず、複雑な流れに対する流体力を適切に推定できる。Fukuda²⁾らは、IRS の枠組で礫形状粒子群と水の運動を解く三次元連成数値解析法 APM (Arbitrary Particle Multiphase) を構築した。APM の検討より、球では実際の礫運動の推定が難しいことが示されている²⁾。しかし、IRS による分級の検討^{例えば 3)、4)}では、球群によるものが多く、礫粒子に対する分級運動は考察されていない。そのため、実際の土砂流の力学を考察するためには、まず礫粒子を用いた IRS を行い、IRS の解析

結果から礫粒子の分級運動とそれに効果を及ぼす要素を定量化して分析することが重要である。

本研究では、APM を用いて礫形状粒子群の混合粒径土砂流を解析する。そして、APM のミクロスケールの解析結果から、分級運動の定量的な指標に分級速度（平均的な粒子の鉛直速度に対する各粒径の鉛直速度の差）を用いて、マクロスケールにおける分級運動に及ぼす速度勾配と粒度分布の効果を分析する。

2. APM の解析法

本研究で用いた APM の解析法では、礫粒子群の運動の流れの解析に反映するため、粒子が存在する固相部分を密度が異なる流体として与え、全体を非圧縮性流れとして解いている。礫粒子群の運動解析では、流れの解析から流体力を評価し、剛体の運動方程式により個別要素法で個々の礫粒子の運動を解き、流れの解析の固相の位置と流速を修正する。解析手法の概要を以下に示す。詳細は文献を確認されたい。

2.1 流れ場の基礎式

流れ場における基礎式は、固相部分を考慮して、以下に示す粒子-流体混合系の一流体モデルを用いている。また、乱流モデルとして Smagorinsky モデルを用いた。

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = g_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \{2(\nu + \nu_t) S_{ij}\} \quad (2)$$

$$\nu_t = (C_s \Delta)^2 \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}} \quad (3)$$

ここに、 u_i は流体計算セル内で質量平均した i 方向流速、 P は圧力と SGS 応力の等方応力成分の

和、 ρ はセル内で体積平均した密度、 ν は動粘性係数、 g_i は重力加速度、 ν_t は SGS 乱流粘性係数、 S_{ij} はひずみ速度テンソル、 Δ は計算格子幅、 C_s は Smagorinsky 定数 (0.173) である。

2.2 流体力の評価方法

礫粒子に作用する流体力は、圧力項、拡散項を用いて評価し、これを礫粒子に含まれる範囲で体積積分して、以下の式で評価する。

$$F_i^f = \int_{\Omega_s} \left\{ -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} \{2(\nu + \nu_t) S_{ij}\} \right\} d\Omega \quad (4)$$

$$T_i^f = \int_{\Omega_s} \varepsilon_{ijk} r_j^f \left\{ -\frac{\partial P}{\partial x_k} + \rho \frac{\partial}{\partial x_l} \{2(\nu + \nu_t) S_{kl}\} \right\} d\Omega \quad (5)$$

ここに、 F_i^f は i 方向の流体力、 T_i^f は流体力によるトルクの i 方向成分、 r_j^f は礫粒子重心から力の作用的に向かう位置ベクトル、 Ω_s は礫粒子に含まれる領域である。

2.3 剛体運動の基礎式

剛体運動の並進運動に対する方程式を式 (6) に、回転運動に対するオイラーの運動方程式を式 (7) に示す。

$$M \ddot{\mathbf{r}}_{G,i} = M \mathbf{g}_i + \mathbf{F}_i^f + \mathbf{F}_i^c \quad (6)$$

$$\dot{\omega}_{i'} = I_{i'j'}^{-1} \{ R_{j'i} (T_i^f + T_i^c) - \varepsilon_{j'k'l'} \omega_{k'} I_{l'm'} \omega_{m'} \} \quad (7)$$

ここに、 M は礫粒子の質量、 $\mathbf{r}_{G,i}$ は礫粒子の重心位置、 $\mathbf{F}_i^f$ 、 $\mathbf{F}_i^c$ は礫粒子表面に作用する力、上付 f 、 c は流体力および接触力による値を示し、下付 i は i 方向成分を示す。 ω_i は角速度、 $R_{j'i}$ は剛体に固定された座標から空間座標への座標変換の行列、 $I_{i'j'}^{-1}$ は慣性テンソルの成分で構成される行列の逆行列、 T_i^f 、 T_i^c は剛体の重心に作用するトルク、また、 $i' \sim m'$ は剛体に固定されたローカル座標の成分であり、ドット記号は時間に関する 1 階微分を示す。

3. 混合粒径土砂流の解析方法

解析に用いた礫粒子の形状を、図 1 に示す。また、解析条件を表 1 に示す。粒径階 k は小さい順とし、本研究は 3 粒径を用いて、最小粒径 d^1 に対する最大粒径 d^3 の比 (d^3/d^1) は 5 倍である。粒径は、礫粒子と同一体積の球の直径で定義した。

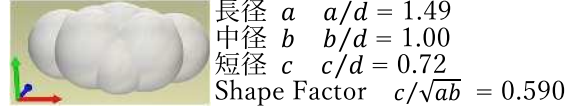


図 1：解析に用いた粒子モデル

表 1：解析条件

粒径 d^k	d^1 2.3 mm	d^2 5.9 mm	d^3 11.5 mm
粒子密度 ρ^s	2,810 kg / m ³		
初期投入量 V^s	2.73×10^{-4} m ³		
初期水深 h_0	0.0634 m		
水路勾配 θ	14 °		

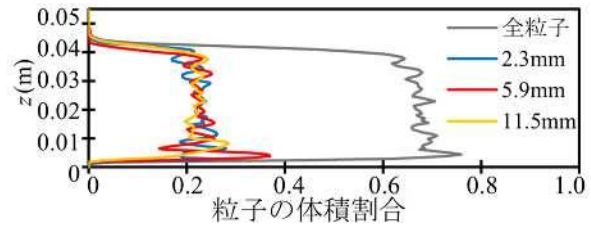


図 2：初期の粒子の体積割合の鉛直分布

水路長、幅は 0.1 m である。水路長を長くした場合、鉛直分級に起因した縦断的な分級により、流下に伴い縦断的に流動の変化が生じ、現象が複雑化する。本研究では、鉛直方向の時間的な変化である鉛直分級を考察するため、縦断方向の流動の変化は出来るだけ生じない方がよく、縦断的に周期境界を設けた。原点を水路底面の上流端の中央とし、流下方向を x 、左岸方向を y 、水路床に垂直で右手系を形成するように z の正の方向と定義した。流体計算格子は、最小粒径の 1/4 サイズ (0.545mm) とする。

解析では、最初に水平な水路に初期投入量 V^s の量の粒子を複数回に分けて、各投入回毎に大きな粒径の粒子から順に定量を投入して、各高さで各粒径が均等に混合した堆積土砂を形成した。図 2 に、初期の粒子体積割合の鉛直分布を示す。次に表 1 に示した水深 h_0 になるように水を与え、瞬間的に水路に勾配 θ をつけて土砂流を発生させた。勾配を設定してから時間を t と定義する。

本解析の計算格子は 1,027 万セル、礫粒子は 15,232 個である。これらの計算は、MPI と OpenMP のハイブリットとして、大阪大学のスーパーコン

ピューターSQUID の 1 ノードを用い、計算領域を 8 プロセスで並列化し、各プロセス内の計算は 9 スレッドの OpenMP で並列とした。

4. 分級運動に及ぼす速度勾配と粒度分布の効果

混合粒径土砂流の解析結果の流下状況を図 3 に示す。図から、 $t = 0.7 \text{ s}$ 時点から表層で全粒径の粒子が流れ始め、流下が進むにつれて、表層から底部にかけて粒径の大きな順に集積する分級が進行している。

分級運動とそれに効果を及ぼす要素を分析するため、APM のミクロスケールの解析結果を用いて、各指標を定量化する。本研究では連続体モデルに資する知見を得るため、各指標はマクロスケールの値として定量化した。まず粒子の体積割合は、解析結果の粒径階 k の体積割合 α^k の同一高さの空間における 0.2 s 間の平均値 $\overline{\alpha^k}$ として、高さ z 毎に次式で求めた。

$$\overline{\alpha^k} = \frac{\int_t^{t+0.2 \text{ s}} \iint \alpha^k dx dy dt}{\int_t^{t+0.2 \text{ s}} \iint dx dy dt} \quad (8)$$

全粒子の体積割合 $\overline{\alpha^{all}}$ は、次式で求めた。

$$\overline{\alpha^{all}} = \sum_{k=1}^{k_{\max}} \overline{\alpha^k} \quad (9)$$

粒径階 k と全粒子の i 方向速度の時間平均値 $\overline{u_i^k}$ と $\overline{u_i^{all}}$ は、体積割合 α^k で重みづけして、次式で求めた。

$$\overline{u_i^k} = \frac{\int_t^{t+0.2 \text{ s}} \iint \alpha^k u_i^k dx dy dt}{\int_t^{t+0.2 \text{ s}} \iint \alpha^k dx dy dt} \quad (10)$$

$$\overline{u_i^{all}} = \frac{\sum_{k=1}^{k_{\max}} \int_t^{t+0.2 \text{ s}} \iint \alpha^k u_i^k dx dy dt}{\sum_{k=1}^{k_{\max}} \int_t^{t+0.2 \text{ s}} \iint \alpha^k dx dy dt} \quad (11)$$

分級運動の指標として、分級速度 $u_z^{k'}$ を全粒子の z 方向速度 $\overline{u_z^{all}}$ に対する各粒径の z 方向速度 $\overline{u_z^k}$ の差として次式で求めた。

$$u_z^{k'} = \overline{u_z^{all}} - \overline{u_z^k} \quad (12)$$

分級速度 $u_z^{k'}$ は、分級進行への各粒径の寄与を表す量である。また、分級運動に及ぼす要素として粒度分布の効果を確認するため、粒度分布の指標に平均粒径 $\bar{d}$ からの標準偏差 s を $\bar{d}$ で無次元化した変動係数 C_V を求めた。ここで、 $\bar{d}$ と s は高さ z 毎に次式で求めた。

青 2.3mm 赤 5.9mm 黄 11.5mm

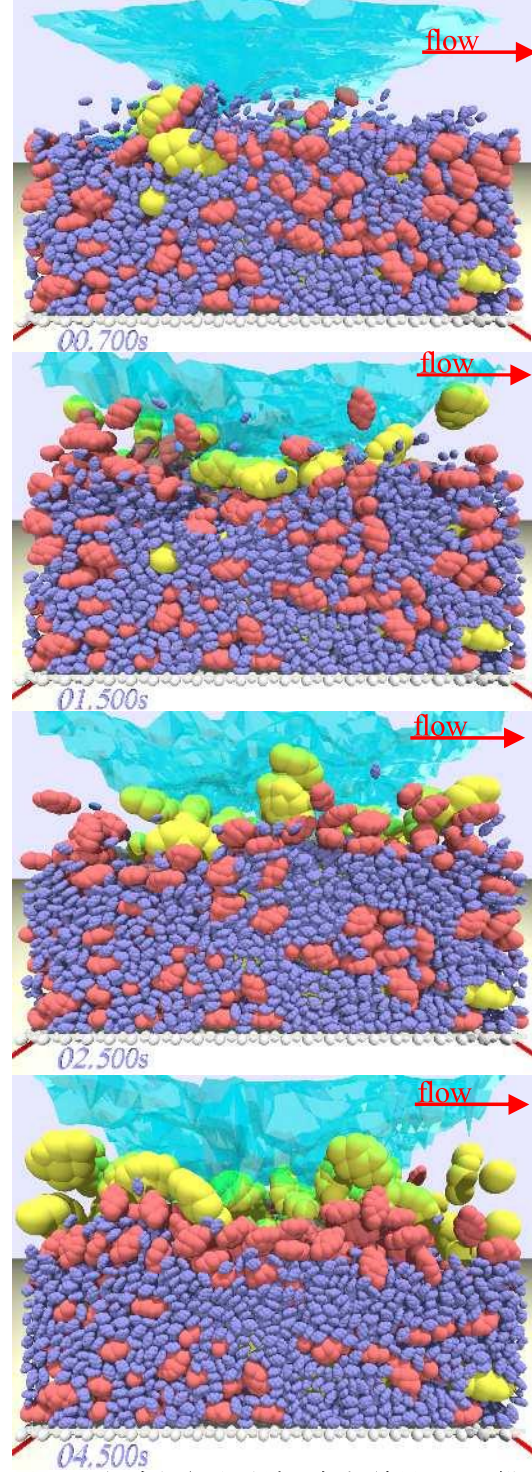


図 3：混合粒径土砂流の解析結果の 3D 描画

$$\bar{d} = \frac{\sum_{k=1}^{k_{\max}} \overline{\alpha^k} d^k}{\sum_{k=1}^{k_{\max}} \overline{\alpha^k}} \quad (13)$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{k_{\max}} \overline{\alpha^k} (d^k - \bar{d})^2}{\sum_{k=1}^{k_{\max}} \overline{\alpha^k}}} \quad (14)$$

これらを用いて、 C_V は次式で求めた。

$$C_V = \frac{s}{\bar{d}} \quad (15)$$

C_V が大きいほど、各粒径の粒子がよく混合した

粒度分布の状態を表している。

分級速度 $u_z^{k'}$ を指標に、分級運動に及ぼす速度勾配の効果を確認する。図 4 に全粒径の粒子が流下する $t = 0.8 \text{ s} \sim 5.0 \text{ s}$ における、各粒径粒子の分級速度 $u_z^{k'}$ と x 方向速度の z 方向の勾配 $\partial \overline{u_x^k} / \partial z$ の関係を示す。図には粒度分布の指標である C_v の各範囲 ($C_v < 0.35$, $0.35 \leq C_v < 0.55$, $C_v \geq 0.55$) に分けて示した。図より、 $C_v \geq 0.55$ の時、速度勾配の増加に伴い、分級速度 $u_z^{k'}$ が小粒子は減少し、中粒子はあまり変化せず、大粒子は増加する分級運動への顕著な効果がみられる。 $0.35 \leq C_v < 0.55$ でも、大・小粒子は同様な傾向がみられるが、 $C_v \geq 0.55$ の時と比べてばらつきが大きい。中粒子は速度勾配の増加により、 $u_z^{k'}$ が減少する傾向がみられる。これは、中粒子が假定的に粒径の小さな粒度分布となり、速度勾配の増加に伴って相対的に下降したと示唆される。そして、 $C_v < 0.35$ の時、 $u_z^{k'}$ と速度勾配に相関は見られず、分級運動に速度勾配の効果が表れないことが確認された。

5. 結論

本研究では、固体群と流体の三次元連成数値解析法である APM を用いて、3 粒径土砂流を解析し、解析結果から分級運動に効果を及ぼす要素について分析した。

平均流を解く連続体モデルの構築に有効な知見としての分級運動に効果を及ぼす要素の分析を行うため、APM の解析結果について、同一高さの鉛直方向の平均粒子速度を用いて分級速度を求め、これを分級運動の程度を表す指標とした。そして、流下方向速度の鉛直勾配と粒度分布の変動係数（平均粒径に対する粒径の標準偏差）と分級速度の関係を分析した。

粒度分布の変動係数を考慮して、分級速度と速度勾配の関係を確認した。変動係数が 0.55 以上の範囲で、速度勾配の増加により分級が進行する顕著な効果を確認した。しかし、変動係数が小さくなると、速度勾配と分級速度の関係のばらつきは大きくなり、変動係数が 0.35 以下の範囲では、速度勾配は分級の進行に効果を及ぼさないこと

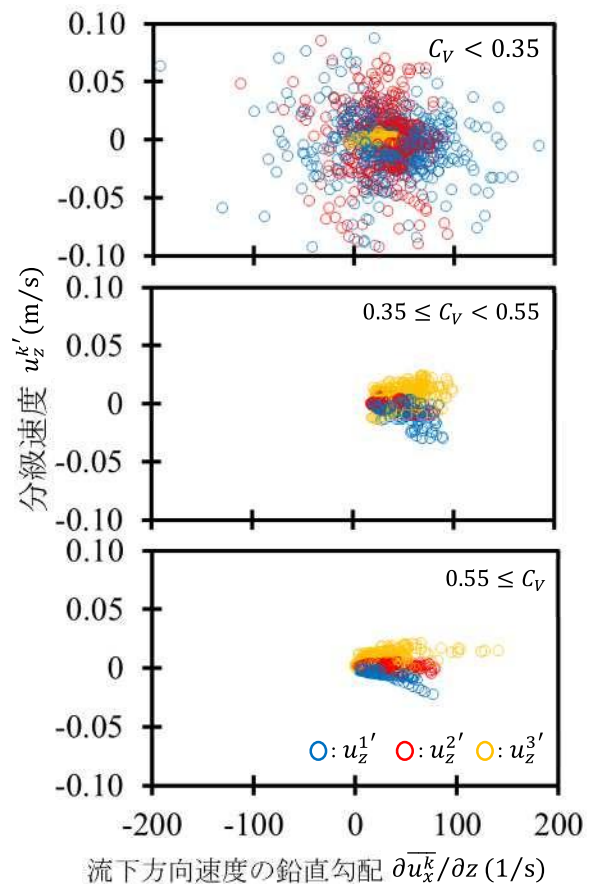


図 4 変動係数毎の分級速度と速度勾配の関係

が確認された。この成果を踏まえると、粒度分布の変動係数で分級のしやすい場の状態を評価して、速度勾配で分級を進行させるという、連続体としての分級モデルの構築が可能であることが示唆される。

今後さらに種々の条件による IRS の活用などを通して、土砂流の力学機構を明らかにし、分級を適切に考慮できる土砂流の連続体モデル構築につなげていくことが重要である。

参考文献

- (1) S. P. Pudasaini and M. Mergili, J. Geophys. Res.: Earth Surf., **124**, 2920-2942, (2019).
- (2) T. Fukuda and S. Fukuoka, Adv. Water Resour., **129**, 297-310, (2019).
- (3) T. Lai, C. W. Lin, and Y. J. Chou, Powder Technol., **427**, 118712, (2023)
- (4) 熱海孝寿, 他, 土木学会論文集 B1 (水工学), **77**, 2, I_619-I_624, (2021).